

INTEGRALNI RAČUN

ZADACI ZA VJEŽBU

LEIBNIZOV TEST, APSOLUTNO I UVJETNO KONVERGENTNI REDOVI

1. Ispitajte konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 3n}{4n-1}$.

Rješenje. Neka je $b_n = \frac{(-1)^n 3n}{4n-1}$. Provjerimo jesu li zadovoljeni uvjeti za primjenu Leibnizovog testa. Kako je

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |b_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{4n-1} = \frac{3}{4} \neq 0$$

Leibnizov test ne daje odluku. Možemo provjeriti je li zadovoljen nužan uvjet konvergencije reda tj. promatrajmo limes

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n 3n}{4n-1}.$$

Kako ovaj limes ne postoji (niz (b_n) ima dva gomilišta: $\frac{3}{4}$ i $-\frac{3}{4}$), zaključujemo da red divergira. $\square$

2. Ispitajte konvergenciju sljedećih redova.

$$\begin{array}{ll} (1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n+1} & (2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \\ (3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n-1}{2n+1} & (4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \\ (5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+4)} & \end{array}$$

3. Provjerite jesu li sljedeći redovi apsolutno konvergentni, uvjetno konvergentni ili divergiraju.

$$\begin{array}{ll} (1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3^n} & (2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \\ (3) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+2} \frac{n^3}{2^n} & (4) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{n^2+4} \\ (5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 4n}{4^n} & \end{array}$$

4. Odredite sve $x \in \mathbb{R}$ za koje red $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}$ konvergira.