

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku

11. travnja 2008.

Prvi kolokvij iz Integralnog računa

Grupa A

1. **[15 bod.]** Odredite n -tu derivaciju funkcije $f(x) = e^{\frac{2x}{a}}$. Tvrdnju dokažite metodom matematičke indukcije.
2. Odredite intervale monotonosti funkcije

a) **[10bod.]** $f(x) = x \ln x$

b) **[10bod.]** $g(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.

3. **[10 bod.]** Odredite lokalne ekstreme funkcije $f(x) = x^2 e^x$.
4. **[15 bod.]** Odredite intervale konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije funkcije $f(x) = \frac{2}{x+5}$.

5. Izračunajte limese

a) **[10bod.]** $\lim_{x \rightarrow 1^-} (1-x)^{\operatorname{tg}(\pi x)}$

b) **[10bod.]** $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right)$.

6. **[20 bod.]** Kakav treba biti omjer $\frac{h}{d}$ visine h i promjera baze d zatvorene valjkaste posude zadanog volumena $2\pi cm^3$ kako bi njena ukupna površina bila minimalna? (Volumen valjka je $V = r^2\pi h$, oplošje valjka je $O = 2r\pi(r+h)$).

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku

11. travnja 2008.

Prvi kolokvij iz Integralnog računa

Grupa B

1. **[15 bod.]** Odredite n -tu derivaciju funkcije $f(x) = e^{\frac{x}{2a}}$. Tvrdnju dokažite metodom matematičke indukcije.
2. Odredite intervale monotonosti funkcije

a) **[10bod.]** $f(x) = 2x \ln x$ b) **[10bod.]** $g(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$.

3. **[10 bod.]** Odredite lokalne ekstreme funkcije $f(x) = x^2 e^{2x}$.
4. **[15 bod.]** Odredite intervale konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije funkcije $f(x) = \frac{-4}{3-x}$.

5. Izračunajte limese

a) **[10bod.]** $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x+1)^{\frac{1}{e^x-1}}$ b) **[10bod.]** $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$.

6. **[20 bod.]** Zadan je pravokutnik sa stranicama a i b opsega 200 cm. Rotacijom tog pravokutnika oko njegove stranice a nastaje valjak. Odredite stranice pravokutnika koji daje valjak najvećeg volumena. (Volumen valjka je $V = r^2 \pi v$).