

Prvi kolokvij iz Integralnog računa

10. travnja 2012.

1. Odredite n -tu derivaciju sljedećih funkcija:

a) [10 bod.] $f(x) = x^2 \sin x$,

b) [10 bod.] $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$.

2. a) [5 bod.] Iskažite Langrangeov teorem.

- b) [5 bod.] Može li se na funkciju $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ zadanu formulom $f(x) = \sqrt[3]{x}$ primjeniti Lagrangeov teorem?

3. Zadana je funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ formulom $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3}$.

- a) [10 bod.] Odredite intervale monotonosti i lokalne ekstreme funkcije f .

- b) [10 bod.] Odredite intervale konveksnosti i konkavnosti funkcije f .

- c) [5 bod.] Odredite točke infleksije funkcije f .

- d) [5 bod.] Ako je poznato da je $y = 1$ jedina asimptota ove funkcije (vrijedi $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$), skicirajte graf ove funkcije.

4. [15 bod.] Dokažite sljedeću tvrdnju: *Neka je $f : \langle a, b \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Ako je f monotonno rastuća na $\langle a, b \rangle$, onda je $f'(x) \geq 0$ za svaki $x \in \langle a, b \rangle$.*

5. [10 bod.] Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^{3x} - x}{1 - \cos(2x)}.$$

5. [15 bod.] Odredite točku na pravcu s jednadžbom $y = 3x + 2$ koja je najbliža točki $T_0 = (1, 1)$.

Prvi kolokvij iz Integralnog računa

10. travnja 2012.

1. Odredite n -tu derivaciju sljedećih funkcija:

a) [10 bod.] $f(x) = x^2 \cos x$,

b) [10 bod.] $f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 4}$.

2. a) [5 bod.] Iskažite Cauchyjev teorem.

- b) [5 bod.] Može li se Cauchyjev teorem primjeniti na funkcije $f, g : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ zadane formulama $f(x) = |x|$, $g(x) = x^2$?

3. Zadana je funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ formulom $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3}$.

- a) [10 bod.] Odredite intervale monotonosti i lokalne ekstreme funkcije f .

- b) [10 bod.] Odredite intervale konveksnosti i konkavnosti funkcije f .

- c) [5 bod.] Odredite točke infleksije funkcije f .

- d) [5 bod.] Ako je poznato da je $y = 1$ jedina asimptota ove funkcije (vrijedi $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$), skicirajte graf ove funkcije.

4. [15 bod.] Dokažite sljedeću tvrdnju: *Neka je $f : \langle a, b \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Ako je f monotonopadajuća na $\langle a, b \rangle$, onda je $f'(x) \leq 0$ za svaki $x \in \langle a, b \rangle$.*

5. [10 bod.] Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos \frac{1}{x} - 1}{\cos \frac{2}{x} - 1}.$$

5. [15 bod.] Odredite točku na pravcu s jednadžbom $y = 2x + 3$ koja je najbliža točki $T_0 = (1, 1)$.