

Treći kolokvij iz Integralnog računa

1. **[15 bod]** Zadana je funkcija $f : [2, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ formulom $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Neka je $P_n = \{x_0, \dots, x_n\}$, $n \in \mathbb{N}$, niz subdivizija segmenta $[2, 5]$ zadanih s

$$x_i = 2 + \frac{3i}{n}, \quad i = 0, \dots, n.$$

Izračunajte $\lim_{n \rightarrow \infty} S(f, P_n)$, gdje je $S(f, P_n)$ gornja Darbouxova suma funkcije f definirana subdivizijom P_n .

(Koristite formule $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ te $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$).

2. **[10 bod]** Izračunajte površinu lika omeđenu krivuljama $y = x^2 - 3x + 2$ i $y = x$.
3. **[10 bod]** Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom grafa funkcije $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ zadane formulom $f(x) = e^{3x} + 1$ oko osi x .

4. **[20 bod]** Izračunajte sumu reda $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2-n}{n(n^2-4)}$.

5. Ispitajte konvergenciju sljedećih redova

a) **[10 bod]** $\sum_{n=1}^{\infty} (e^{\frac{1}{n^2}} - 1)$

b) **[10 bod]** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{\sqrt{5n+2}}$

c) **[10 bod]** $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left(\frac{n-1}{3n+2} \right)^{2n}$.

6. **[15 bod]** Funkciju $f(x) = 3e^{\frac{2x}{3}} - 3$ razvijte u Mac Laurinov red.

Treći kolokvij iz Integralnog računa

1. **[15 bod]** Zadana je funkcija $f : [3, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ formulom $f(x) = x^2 - 5x + 6$. Neka je $P_n = \{x_0, \dots, x_n\}$, $n \in \mathbb{N}$, niz subdivizija segmenta $[3, 5]$ zadanih s

$$x_i = 3 + \frac{2i}{n}, \quad i = 0, \dots, n.$$

Izračunajte $\lim_{n \rightarrow \infty} s(f, P_n)$, gdje je $s(f, P_n)$ donja Darbouxova suma funkcije f definirana subdivizijom P_n .

(Koristite formule $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ te $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$).

2. **[10 bod]** Izračunajte površinu lika omeđenu krivuljama $y = x^2 - 5x + 6$ i $y = x$.
3. **[10 bod]** Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom grafa funkcije $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ zadane formulom $f(x) = e^{2x} + 2$ oko osi x .

4. **[20 bod]** Izračunajte sumu reda $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n-1}{n(n^2-3n+2)}$.

5. Ispitajte konvergenciju sljedećih redova

a) **[10 bod]** $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \cos \frac{1}{n})$

b) **[10 bod]** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{\sqrt{n+1}}$

c) **[10 bod]** $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{2n-1}{4n+1} \right)^{3n}$.

6. **[15 bod]** Funkciju $f(x) = 2e^{\frac{3x}{4}} - 2$ razvijte u Mac Laurinov red.