ODJEL ZA MATEMATIKU
SVEUČILIŠTE J. J. STROSSMAYERA U OSIJEKU *13. studeni 2007.*

Grupa A

1. ZADAĆA IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. **[20 bodova]** Provjerite je li implikacija asocijativna operacija tj. je li za proizvoljne sudove x, y, z
$$[(x \Longrightarrow y) \Longrightarrow z] \;=\; [x \Longrightarrow (y \Longrightarrow z)].$$

2. **[20 bodova]** Odredite

   (a) kontrapoziciju suda "Ako su svi studenti položili ispit onda su ga položili i Pero i Ivana.".

   (b) negaciju suda $A \Longrightarrow A \wedge \rceil B$. Pojednostavnite dobiveni sud.

3. **[40 bodova]** Neka je $\mathcal{U} = \{1, 2, \ldots, 10\}$ univerzalni skup i
$$\begin{aligned} A &= \{x : 3 \leq x < 6\}, & C &= \{x : x \text{ neparan }\}, \\ B &= \{x : x \text{ paran } \wedge x < 10\}, & D &= \{x : x^2 = 9 \vee x = 5\}. \end{aligned}$$

   (i) Odredite elemente skupova A, B, C, D. Koje su od sljedećih tvrdnji istinite?
$$\text{(a) } 5 \in D, \quad \text{(b) } 5 \subseteq D, \quad \text{(c) } \emptyset \in D, \quad \text{(d) } D = \{3, 3, 5, 5, 5\}.$$

   (ii) Odredite skupove $S_1 = A^C \cap B$, $S_2 = A \setminus D$, $S_1 \times S_2$.

   (iii) Odredite skup $\mathcal{P}(S_1 \times S_2)$ i njegov kardinalni broj.

   (iv) Ako je $S = \{A, B, C, D\}$ odredite sve $X \in S$ sa svojstvom da vrijedi
$$X \subseteq A \;\wedge\; X \nsubseteq C.$$

4. **[20 bodova]** Neka su F, G, H proizvoljni skupovi. Koristeći osnovne definicije unije, razlike i jednakosti skupova dokažite da vrijedi
$$F \setminus (G \cup H) = (F \setminus G) \setminus H.$$

ODJEL ZA MATEMATIKU
SVEUČILIŠTE J. J. STROSSMAYERA U OSIJEKU *13. studeni 2007.*

Grupa B

1. ZADAĆA IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. **[20 bodova]** Ako su p, q, r proizvoljni sudovi provjerite je li sljedeći složeni sud tautologija

$$\rceil p \Longrightarrow (q \Longrightarrow r) \Longleftrightarrow q \Longrightarrow (p \vee r).$$

2. **[20 bodova]**

   (a) Napišite formulom rečenicu: "Nužan i dovoljan uvjet da razlika kvadrata dva broja bude jednaka nuli je da su oni jednaki ili suprotnog predznaka.".

   (b) Odredite negaciju suda $(A \Longrightarrow B) \vee \rceil A$. Pojednostavnite dobiveni sud.

3. **[40 bodova]** Neka je $\mathcal{U} = \{1, 2, \ldots, 10\}$ i

$$\begin{aligned} S_1 &= \{x : 4 \leq x < 7\}, & S_3 &= \{x : x \text{ paran }\}, \\ S_2 &= \{x : x^2 = 16 \vee x = 6\}, & S_4 &= \{x : x \text{ neparan } \wedge x > 1\}. \end{aligned}$$

   (a) Odredite elemente skupova S_1, S_2, S_3, S_4. Koje su od sljedećih tvrdnji istinite?

$$\text{(a) } \{6\} \in S_2, \quad \text{(b) } \{6\} \subseteq S_2, \quad \text{(c) } \emptyset \subseteq S_2, \quad \text{(d) } S_2 = \{4, 4, 4, 6, 6\}.$$

   (b) Odredite skupove $G = S_1 \setminus S_2$, $H = S_1^C \cap S_3$, $G \times H$.

   (c) Odredite skup $\mathcal{P}(G \times H)$ i njegov kardinalni broj.

   (d) Ako je $S = \{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ odredite sve $X \in S$ sa svojstvom da vrijedi

$$X \subseteq S_1 \ \wedge \ X \nsubseteq S_3.$$

4. **[20 bodova]** Neka su A, B, C prozvoljni skupovi. Koristeći osnovne definicije presjeka, unije, razlike i jednakosti skupova dokažite da vrijedi

$$(A \setminus B) \cup (A \setminus C) = A \setminus (B \cap C).$$