

3. ZADAĆA IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. Dokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$\sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n}.$$

2. U skupu $\mathbb{Z}$ riješite nejednadžbu

$$\frac{x^2 + 5x + 4}{4 - x} \leq 1.$$

3. Dana je funkcija

$$g(x) = \sqrt{4x^2 - 4x + 1} - \sqrt{x^2 + 6x + 9} - \sqrt{x^2}.$$

Koliko je $g(x)$ za $x < -3$? Izračunajte $g(-\sqrt{119})$ i $g(-\pi)$.

4. Neka je $z = \frac{1 - i\sqrt{3}}{i - 1}$. Odredite sve $n \in \mathbb{N}$ za koje je z^n realan broj.

5. Odredite stupanj, vodeći koeficijent, slobodni član i zbroj koeficijenata polinoma

$$p(x) = \left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)^{1500} (4x^3 - 3x - 2)^{1501}.$$

3. ZADAĆA IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. Dokažite da je izraz $3^{2n+1} + 40n - 67$ djeljiv sa 64 za svaki prirodni broj n .
2. U skupu $\mathbb{Z}$ riješite nejednadžbu

$$\frac{(x+1)(x+3)}{3-x} \geq 1.$$

3. Dana je funkcija

$$f(x) = \sqrt{4x^2} - \sqrt{9x^2 - 6x + 1} + \sqrt{x^2 + 4x + 4}.$$

Koliko je $f(x)$ za $x < -2$? Izračunajte $f(-e)$ i $f(-\sqrt{131})$.

4. Neka je $z = \frac{i\sqrt{3}-1}{1-i}$. Odredite sve $n \in \mathbb{N}$ za koje je z^n čisto imaginaran broj.
5. Odredite stupanj, vodeći koeficijent, slobodni član i zbroj koeficijenata polinoma

$$q(x) = (6x^3 - 4x^2 - 3)^{2001} \left(x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \right)^{2002}.$$