ODJEL ZA MATEMATIKU
SVEUČILIŠTE J. J. STROSSMAYERA U OSIJEKU *9. travnja 2009.*

Grupa A

1. ZADAĆA IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE II

1. Dokažite da je zbroj udaljenosti ortocentra od vrhova šiljastokutnog trokuta manji od opsega trokuta.

2. Neka je $\mathcal{T}$ podskup ravnine M kojeg čine stranice jednakokračnog trokuta ABC kojemu je osnovica $\overline{AB}$ te neka su pravci p_1 i p_2 simetrale dužina $\overline{AB}$ i $\overline{AC}$.

   (a) Ako je $\mathcal{S} = \mathcal{T} \cup p_1 \cup p_2$, odredite najveće fiksne podskupove skupa $\mathcal{S}$ s obzirom na osne simetrije s_{p_1} i s_{p_2}.

   (b) Koliko osi simetrija ima skup $p_1 \cup \overline{AB}$?

   (c) Koliko ima centralnih simetrija s_O takvih da je $s_O(p_1 \cap p_2) = p_1 \cap p_2$?

3. Uz koji uvjet je kompozicija centralne simetrije i translacije komutativna?

4. Neka je $n \in \mathbb{N}$ i f_{2n} kompozicija $2n$ osnih simetrija sa svojstvom da im osi prolaze kroz zajedničku točku. Odredite koja je vrsta izometrije izometrija f_{2n}, a zatim dokažite da vaša tvrdnja vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.

5. Stranice $\overline{AC}$ i $\overline{BC}$ trokuta ABC pravac p siječe redom u točkama M i N, tako da osnosimetrična točka C_1 vrha C s obzirom na taj pravac leži na stranici $\overline{AB}$ i pri tome je $|AC_1| = |AM|$, $|BC_1| = |BN|$. Odredite kut $\measuredangle ACB$.

Napomena. Sve svoje tvrdnje obrazložite.

ODJEL ZA MATEMATIKU
SVEUČILIŠTE J. J. STROSSMAYERA U OSIJEKU

9. travnja 2009.

Grupa B

1. ZADAĆA IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE II

1. Dokažite da je zbroj udaljenosti težišta od vrhova trokuta manji od opsega trokuta.
2. Neka je $\mathcal{T}$ podskup ravnine M kojeg čine stranice jednakostraničnog trokuta ABC, te neka je pravac p_1 simetrala dužine $\overline{AB}$, a $p_2 = AC$.
   (a) Ako je $\mathcal{S} = \mathcal{T} \cup p_1 \cup p_2$, odredite najveće fiksne podskupove skupa $\mathcal{S}$ s obzirom na osne simetrije s_{p_1} i s_{p_2}.
   (b) Koliko osi simetrija ima skup $p_1 \cup \overline{AB}$?
   (c) Koliko ima rotacija r_O takvih da je $r_O(p_1 \cap p_2) = p_1 \cap p_2$?
3. Uz koji uvjet je kompozicija translacije i centralne simetrije komutativna?
4. Neka je $n \in \mathbb{N}$ i f_{2n} izometrija ravnine M koja se dobije kao kompozicija $2n$ centralnih simetrija. Odredite koja je vrsta izometrije izometrija f_{2n}, a zatim dokažite da vaša tvrdnja vrijedi za svaki $n \in \mathbb{N}$.
5. Stranice $\overline{AB}$ i $\overline{BC}$ trokuta ABC pravac p siječe redom u točkama P i Q, tako da osnosimetrična točka T vrha B s obzirom na taj pravac leži na stranici $\overline{AC}$ i pri tome je $|AT| = |AP|$, $|CT| = |CQ|$. Odredite kut $\measuredangle ABC$.

Napomena. Sve svoje tvrdnje obrazložite.