

PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. Neka je

$$\rho = \{(P_1, P_2) : P_i = (x_i, y_i), i = 1, 2, x_1 - x_2 = y_1 - y_2\}$$

relacija na skupu $\mathbb{R}^2$. Provjerite je li ρ relacija ekvivalencije. Ako jeste, odredite klasu elementa $(-1, 2)$.

2. Odredite skup K tako da funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow K$ zadana formulom $f(x) = \frac{5^x - 5^{-x}}{5^x + 5^{-x}}$ bude bijekcija. Dokažite svoju tvrdnju.

3. Dokažite da za svaki prirodni broj n broj

$$2^{2^{n+1}+1}$$

završava znamenkom 2.

4. (a) Polinom $p(x)$ pri dijeljenju polinomom $g(x) = 2x^2 + x - 1$ daje ostatak $4x + 1$. Koliki je ostatak pri dijeljenju polinoma $p(x)$ polinomom $2x - 1$?

(b) Racionalnu funkciju $\frac{2x^3 - 3x^2 - 1}{(x - 1)^3(x^2 + 1)}$ zapišite kao zbroj parcijalnih razlomaka.

5. Izračunajte vrijednost izraza

$$\sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7 - 5\sqrt{2}}.$$