ODJEL ZA MATEMATIKU
SVEUČILIŠTE J. J. STROSSMAYERA U OSIJEKU *10. veljače 2009.*

PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. Neka su $A, B \subseteq \mathcal{U}$ skupovi. U kojem su odnosu sljedeći skupovi

   (a) $\mathcal{P}(A \cap B)$ i $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$, (b) $\mathcal{P}(A \cup B)$ i $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$.

2. Za parametar $t \in \langle -2\pi, 2\pi \rangle$ definirajmo relaciju ρ_t na skupu $\mathbb{C}$ na sljedeći način:

   $$z_1 \rho_t z_2 \iff \arg z_1 - \arg z_2 = t, \quad \forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}.$$

   Odredite parametre t za koje je ρ_t relacija ekvivalencije. Za takve relacije nađite i skicirajte klase elemenata $z_{1,2} = \sqrt{(\sqrt{3} - i)^3}$.

3. Funkcije $f, g : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ zadane su formulama $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = |x - 1|$. Provjerite je li funkcija $f \circ g$ surjekcija, injekcija, bijekcija, a zatim riješite nejednadžbu $(f \circ g)(x) \leq (g \circ g)(x)$.

4. Odredite parametre a, b tako da polinom

   $$p(x) = x^3 - ax^2 + x + 2b$$

   daje ostatak 40 pri dijeljenju s polinomom $x-3$, a jedna nultočka mu je -1. Dokažite da tako određen polinom $p(x)$ dijeli polinom

   $$g(x) = x^{4k} + x^{4l+1} + x^{4m+2} + x^{4n+3}, \quad \forall k, l, m, n \in \mathbb{N}.$$

5. Zadana je funkcija $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$, $f(x) = 8x^4 - 2x^3 + 13x^2 - 4x - 1$. Odredite skup $f^{-1}(\{5\})$.

Napomena. Sve svoje tvrdnje obrazložite.