

PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE II

1. Riješite sustav nejednadžbi

$$\frac{\sqrt{\log_2^2 x - 3 \log_2 x + 2}}{\log_5 \left(\frac{1}{3} (\log_3 5 - 1) \right)} \geq 0$$

$$x - \sqrt{x} - 2 \geq 0$$

2. Zadanom točkom P kružnice polumjera r povučen je dijametar $\overline{PQ}$. Točkom P povučene su tetive $\overline{PR}$ i $\overline{PS}$ tako da su one s različite strane pravca PQ i s njime zatvaraju kutove γ i δ . Odredite duljinu tetive $\overline{RS}$.
3. Tangenta elipse $b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0$ s diralištem u točki D siječe y -os u točki T , a normala kroz D siječe y -os u točki N . Da li fokusi dane elipse leže na kružnici koja prolazi točkama D , T i N ? Dokažite.
4. Odredite i skicirajte u ravnini skup

$$S = \{(x, y) \in M : 34x^2 - 12xy + 18y^2 + 24x - 72y - 504 = 0\}$$

5. Dani su vektori $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\lambda\vec{j} + \lambda\vec{k}$, $\vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$. Odredite realni parametar λ za koji vrijedi $\vec{b} \cdot \vec{c} + \lambda = (\vec{b} - \vec{a}) \cdot \vec{c}$. Za izračunati λ odredite vektor $\vec{d}$ koji zadovoljava uvijete $\vec{b} \times \vec{a} = \vec{c} \times \vec{d}$ i $\vec{b} \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{d}$.