

PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE II

1. Riješite sljedeću trigonometrijsku nejednadžbu:

$$\operatorname{ctg}^3 x - 3\operatorname{ctg}^2 x - \operatorname{ctg} x + 3 < 0.$$

2. Dokažite da je trokut u kojemu vrijedi jednakost

$$\sin \gamma = 2 \sin \beta \cos \alpha$$

jednakokračan. Vrijedi li obrat te tvrdnje?

3. U krug polumjera R upisan je trokut ABC s kutovima α, β, γ . Na krugu su u vrhovima trokuta povučene tangente koje tvore novi trokut $A_1B_1C_1$. Odredite površinu trokuta ABC i $A_1B_1C_1$. Sve svoje tvrdnje dokažite.

4. Odredite i skicirajte skup svih točaka ravnine koje zadovoljavaju sljedeću jednadžbu

$$5x^2 + 26xy + 5y^2 - 28\sqrt{2}x - 44\sqrt{2}y - 8 = 0.$$

5. Dani su vektori

$$\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$$

$$\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\lambda\vec{k}$$

$$\vec{c} = 4\vec{j} - 2\vec{k}.$$

Odredite realni parametar λ tako da vrijedi $\vec{a} \cdot \vec{b} - \lambda = (\vec{b} - \vec{c}) \cdot \vec{a}$.

Odredite jednadžbu ravnine koja je paralelna ravnini koja prolazi vektorima $\vec{a}$ i $\vec{b}$, a od kraja vektora $\vec{c}$ je udaljena za 1 k.j.