

PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE II

1. Odredite sva rješenja jednadžbe

$$\log(2^x + 1) + x = x \cdot \log 5 + \log 6.$$

2. Odredite sva rješenja nejednadžbe

$$\sqrt{3 + 2 \operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^2 x} \geq \frac{1 + 3 \operatorname{tg} x}{2}.$$

3. Neka su β i γ kutovi trokuta ABC kojemu su težišnice t_b i t_c međusobno okomite. Dokažite da je tada

$$\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \gamma \geq \frac{2}{3}.$$

4. Točke u kojima elipsa $x^2 + 4y^2 = 25$ siječe koordinatne osi vrhovi su romba. Odrediti jednadžbu kružnice upisane tome rombu i koordinate točaka u kojima ona dodiruje stranice romba.
5. Dokažite da je tangenta u točki $T_1(x_1, y_1)$ parabole $y^2 = 2px$ simetrala kuta kojemu je točka T_1 vrh, kojemu jedan krak sadrži fokus parabole i kojemu drugi krak sadrži točku u kojoj pravac kroz točku T_1 koji je paralelan s osi parabole siječe direktrisu te parabole.