

DRUGI KOLOKVIJ IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE II

1. [20 bodova] Dokažite: Ako su a, b, c i d duljine susjednih stranica četverokuta, α kut između stranica a i b , a γ kut između stranica c i d , onda je površina četverokuta dana sa

$$P = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d) - abcd \cos^2 \frac{\alpha + \gamma}{2}},$$

gdje je $2s = a + b + c + d$ opseg četverokuta.

2. [10 bodova] Dokažite da je duljina t_b težišnice povučene iz vrha B trokuta dana sa

$$t_b = \frac{1}{2} \sqrt{2(a^2 + c^2) - b^2}.$$

3. [15 bodova] Odredite jednadžbu pravca koji prolazi točkom $T(3, 3)$, a s pravcem $4x - y - 2 = 0$ zatvara kut od 45° .
4. [20 bodova] Odredite jednadžbe tangenta povučениh iz točke $P(2, -2)$ na kružnicu $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$. Odredite kut između tangenata. Kako glasi jednadžba pravca koji spaja dirališta tih tangenata?
5. [20 bodova] Odredite jednadžbu elipse kojoj su fokusi u tjemenu hiperbole $12x^2 - 4y^2 - 48 = 0$, a fokusi hiperbole su tjemena elipse.
6. [15 bodova] Odredite i skicirajte skup točaka ravnine zadan jednadžbom $y = 3 - \sqrt{5x + 2}$

DRUGI KOLOKVIJ IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE II

1. [20 bodova] Dokažite: Ako su a, b, c i d duljine susjednih stranica četverokuta, γ kut između stranica a i b , a δ kut između stranica c i d , onda je površina četverokuta dana sa

$$P = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d) - abcd \cos^2 \frac{\gamma + \delta}{2}},$$

gdje je $2s = a + b + c + d$ opseg četverokuta.

2. [10 bodova] Dokažite da je duljina t_c težišnice povučene iz vrha C trokuta dana sa

$$t_c = \frac{1}{2} \sqrt{2(a^2 + b^2) - c^2}.$$

3. [15 bodova] Odredite jednadžbu pravca koji prolazi točkom $T(0, 3)$, a s pravcem $x - y - 1 = 0$ zatvara kut od 60° .
4. [20 bodova] Odredite jednadžbe tangenta povučениh iz točke $P(-12, -2)$ na elipsu $9x^2 + 16y^2 - 576 = 0$. Odredite kut između tangenata. Kako glasi jednadžba pravca koji spaja dirališta tih tangenata?
5. [20 bodova] Odredite jednadžbu hiperbole $b^2x^2 - a^2y^2 - a^2b^2 = 0$, kojoj je fokus u središtu kružnice $x^2 + y^2 + 10x + 16 = 0$, te kružnica dira asimptote hiperbole.
6. [15 bodova] Odredite i skicirajte skup točaka ravnine zadan jednadžbom $y = 4 - \sqrt{3x + 2}$