

2. kolokvij

Zadatak 1 [20 bodova]

- (a) Kako se definira geometrijski medijan, a kako centroid točaka u ravnini?
(b) Zadane su točke u ravnini

$$A_1 = (0, 0), \quad A_2 = (4, 1), \quad A_3 = (3, 5), \quad A_4 = (-1, 2).$$

Odredite centroid ovih točaka. Nacrtajte koordinatni sustav, zadane točke A_1, A_2, A_3, A_4 i centroid podataka.

$$R: (3/2, 2)$$

Zadatak 2 [30 bodova]

- (a) Podaci (x_i, y_i) , $i = 1, 4$ dani su u tablici.

x_i	0	1	2	3
y_i	1	4	4	6

Metodom najmanjih kvadrata odredite koeficijente linearne model-funkcije $f(x; \alpha, \beta) = \alpha + \beta x$ na osnovi zadanih podataka.

- (b) U koordinatni sustav nacrtajte točke podataka i graf funkcije f . Mora li graf ove funkcije proći centroidom podataka $(\bar{x}, \bar{y})$?
(c) Napišite funkcional koji treba minimizirati da bi se dobili optimalni parametri α^*, β^* u smislu najmanjeg maksimalnog apsolutnog odstupanja.

$$R: f(x; \alpha, \beta) = 1.5 + 1.5x$$

Zadatak 3 [20 bodova]

- (a) Napišite opći oblik eksponencijalne model funkcije.
(b) Napišite funkcional koji treba minimizirati da bi se na osnovi zadanih podataka (x_i, y_i) , $i = 1, m$ dobili optimalni parametri b^*, c^* eksponencijalne model funkcije u smislu najmanjih apsolutnih odstupanja.

$$R: F(b, c) = \sum_{i=1}^m |y_i - be^{ct_i}|$$

Zadatak 4 [20 bodova]

- (a) Neka je $t \mapsto f(t)$ model-funkcija čija je nezavisna varijabla vrijeme t . Kako se definira stopa promjene u trenutku t_0 ?
(b) Ako je $f(t) = t^2 - t + 4$, a $f'(t) = 2t - 1$, odredite stopu promjene ove funkcije u trenutku $t_0 = 1$.

$$R: s = .25 = 25\%$$

Zadatak 5 [30 bodova]

- (a) Podaci (t_i, y_i) , $i = 1, 4$ dani su u tablici

x_i	0	1	2	3
y_i	1	4	4	6

Kako se može odrediti egzaktna prosječna stopa promjene ($c = 0.4$) ovih podataka u intervalu $[0, 3]$?
(b) Koje druge načine (formule) za procjenu prosječne stope promjene poznajete? Primijenite te formule na zadane podatke.

$$R: s = \sqrt[3]{\frac{y_2 - y_1}{y_1} \cdot \frac{y_3 - y_2}{y_1} \cdot \frac{y_4 - y_3}{y_3}} = 0, \quad s = \left(\frac{y_T}{y_0}\right)^{1/T} - 1 = \sqrt[3]{6} - 1 = 0.817$$

Napomena: Rješavanjem svih zadataka možete postići maksimalno 120 bodova (čime ćete moći kompenzirati eventualne propuste u ostalim zadaćama).

2. kolokvij

Zadatak 1 [20 bodova]

- (a) Kako se definira geometrijski medijan, a kako centroid točaka u ravnini?
(b) Zadane su točke u ravnini

$$A_1 = (0, 5), \quad A_2 = (1, 3), \quad A_3 = (2, 1), \quad A_4 = (3, -1).$$

Odredite centroid ovih točaka. Nacrtajte koordinatni sustav, zadane točke A_1, A_2, A_3, A_4 i centroid podataka.

$$R: (3/2, 2)$$

Zadatak 2 [30 bodova]

- (a) Podaci (x_i, y_i) , $i = 1, 4$ dani su u tablici.

x_i	0	1	2	3
y_i	1	4	8	8

Metodom najmanjih kvadrata odredite koeficijente linearne model-funkcije $f(x; \alpha, \beta) = \alpha + \beta x$ na osnovi zadanih podataka.

- (b) U koordinatni sustav nacrtajte točke podataka i graf funkcije f . Mora li graf ove funkcije proći centroidom podataka $(\bar{x}, \bar{y})$?
(c) Napišite funkcional koji treba minimizirati da bi se dobili optimalni parametri α^*, β^* u smislu najmanjih apsolutnih odstupanja.

$$R: f(x; \alpha, \beta) = 1.5 + 2.5x$$

Zadatak 3 [20 bodova]

- (a) Napišite opći oblik eksponencijalne model funkcije.
(b) Napišite funkcional koji treba minimizirati da bi se na osnovi zadanih podataka (x_i, y_i) , $i = 1, m$ dobili optimalni parametri b^*, c^* eksponencijalne model funkcije u smislu najmanjeg maksimalnog apsolutnog odstupanja.

$$R: F(b, c) = \max_{i=1, m} |y_i - be^{ct_i}|$$

Zadatak 4 [20 bodova]

- (a) Neka je $t \mapsto f(t)$ model-funkcija čija je nezavisna varijabla vrijeme t . Kako se definira stopa promjene u trenutku t_0 ?
(b) Ako je $f(t) = t^2 + 2t + 2$, a $f'(t) = 2t + 2$, odredite stopu promjene ove funkcije u trenutku $t_0 = 2$.

$$R: s = .6 = 60\%$$

Zadatak 5 [30 bodova]

- (a) Podaci (t_i, y_i) , $i = 1, 4$ dani su u tablici

x_i	0	1	2	3
y_i	1	4	8	8

Kako se može odrediti egzaktna prosječna stopa promjene ($c = 0.35$) ovih podataka u intervalu $[0, 3]$?

- (b) Koje druge načine (formule) za procjenu prosječne stope promjene poznajete? Primijenite te formule na zadane podatke.

$$R: s = \sqrt[3]{\frac{y_2 - y_1}{y_1} \cdot \frac{y_3 - y_2}{y_2} \cdot \frac{y_4 - y_3}{y_3}} = 0, \quad s = \left(\frac{y_T}{y_0}\right)^{1/T} - 1 = \sqrt[3]{8} - 1 = 1$$

Napomena: Rješavanjem svih zadataka možete postići maksimalno 120 bodova (čime ćete moći kompenzirati eventualne propuste u ostalim zadaćama).