

1. kolokvij

Zadatak 1. [15 bodova]

- (a) Što je relacija ekvivalencije? Kakva relacija ekvivalencije postoji na skupu svih usmjerenih dužina u ravnini?
(b) Što je vektor u ravnini?

Zadatak 2. [15 bodova]

- (a) Koje računske operacije su definirane na vektorskom prostoru $X_0(M)$ u ravnini?
(b) Za vektore $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ izračunajte i nacrtajte vektor $2\vec{a} + \vec{b}$ i vektor $\vec{b} - \vec{a}$.

Zadatak 3. [20 bodova]

- (a) Napišite definiciju linearne nezavisnosti vektora $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n \in X_0$.
(b) Jesu li vektori $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{c} = 4\vec{i}$ linearno zavisni ili linearno nezavisni? Koliki je maksimalni broj linearno nezavisnih vektora u ravnini?
(c) Može li se vektor $\vec{a}$ prikazati kao linearna kombinacija vektora $\vec{b}$ i $\vec{c}$?

Zadatak 4. [20 bodova]

- (a) Kako se definira i koja svojstva ima računska operacija skalarni produkt na vektorskom prostoru? U kojim slučajevima je skalarni produkt dva vektora jednak nuli?
(b) Zadan je trokut s vrhovima $A = (3, 2, -3)$, $B = (3, -1, 0)$; $C = (-1, 2, 0)$. Provjerite je li ovaj trokut pravokutan. Odredite njegov opseg.

Zadatak 5. [15 bodova]

Zadani su vektori $x = (-2, 1, 0, 2, -3)$, $y = (0, 1, 3, -2, 1) \in \mathbb{R}^5$. Odredite

$$(a) \quad y - x \quad (b) \quad 2x + y \quad (c) \quad (x, y)$$

Zadatak 6. [15 bodova]

- (a) Kako se definira i koja svojstva ima norma $\|\cdot\|: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ na vektorskom prostoru $\mathbb{R}^n$?
(b) Za vektor $x = (-2, 1, 0, 2, -3) \in \mathbb{R}^5$ odredite $\|x\|_1$, $\|x\|_2$, $\|x\|_\infty$.

Zadatak 7. [20 bodova]

- (a) Kako se definira i koja svojstva ima razdaljinska (metrička) funkcija $d: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$?
(b) Odredite udaljenost točaka $x = (-2, 1, 0, 2, -3)$, $y = (0, -1, 3, -2, 1) \in \mathbb{R}^5$ kao Manhattan udaljenost, euklidsku udaljenost i kao Čebiševljevu udaljenost.

Napomena: rješavanjem svih zadataka možete postići maksimalno 120 bodova (čime ćete moći kompenzirati eventualne propuste u sljedećim zadaćama).

1. kolokvij

Zadatak 1. [15 bodova]

- (a) Što je relacija ekvivalencije? Kakva relacija ekvivalencije postoji na skupu svih usmjerenih dužina u ravnini?
(b) Što je vektor u ravnini?

Zadatak 2. [15 bodova]

- (a) Koje računske operacije su definirane na vektorskom prostoru $X_0(M)$ u ravnini?
(b) Za vektore $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = -2\vec{i} - \vec{j}$ izračunajte i nacrtajte vektor $\vec{a} + 2\vec{b}$ i vektor $\vec{b} - \vec{a}$.

Zadatak 3. [20 bodova]

- (a) Napišite definiciju linearne nezavisnosti vektora $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n \in X_0$.
(b) Jesu li vektori $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j}$ linearno zavisni ili linearno nezavisni? Koliki je maksimalni broj linearno nezavisnih vektora u ravnini?
(c) Može li se vektor $\vec{a}$ prikazati kao linearna kombinacija vektora $\vec{b}$ i $\vec{c}$?

Zadatak 4. [20 bodova]

- (a) Kako se definira i koja svojstva ima računska operacija skalarni produkt na vektorskom prostoru? U kojim slučajevima je skalarni produkt dva vektora jednak nuli?
(b) Zadan je trokut s vrhovima $A = (3, 2, -4)$, $B = (3, -2, 0)$; $C = (0, 2, 0)$. Provjerite je li ovaj trokut pravokutan. Odredite njegov opseg.

Zadatak 5. [15 bodova]

Zadani su vektori $x = (3, -1, 0, 2, -3)$, $y = (0, 1, 3, -2, -1) \in \mathbb{R}^5$. Odredite

$$(a) \quad y - x \quad (b) \quad 2x + y \quad (c) \quad (x, y)$$

Zadatak 6. [15 bodova]

- (a) Kako se definira i koja svojstva ima norma $\|\cdot\|: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ na vektorskom prostoru $\mathbb{R}^n$?
(b) Za vektor $x = (-3, 0, 2, 1, -2) \in \mathbb{R}^5$ odredite $\|x\|_1$, $\|x\|_2$, $\|x\|_\infty$.

Zadatak 7. [20 bodova]

- (a) Kako se definira i koja svojstva ima razdaljinska (metrička) funkcija $d: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$?
(b) Odredite udaljenost točaka $x = (2, 1, 3, 0, -3)$, $y = (-3, -1, 7, 0, -1) \in \mathbb{R}^5$ kao Manhattan udaljenost, euklidsku udaljenost i kao Čebiševljevu udaljenost.

Napomena Rješavanjem svih zadataka možete postići maksimalno 120 bodova (čime ćete moći kompenzirati eventualne propuste u sljedećim zadaćama).