Ekonomski fakultet, Sveučilište u Osijeku **A**
Algoritmi i strukture podataka
6. svibnja 2011.

2. kolokvij

Zadatak 1. [20 bodova]
(a) *Kako se definira i koja osnovna svojstva ima aritmetička sredina podataka* $A = \{a_1, \ldots, a_m\}$ *? Ilustrirajte to na primjeru skupa podataka* $\{1, 2, 2, 5, 4, 1\}$.
(b) *Kako se definira i koja osnovna svojstva ima medijan podataka* $A = \{a_1, \ldots, a_m\}$ *? Ilustrirajte to na primjeru skupa podataka* $\{1, 2, 3, 5, 6, 1\}$.
R: (a) 2.5 *(b)* $[2, 3]$

Zadatak 2. [20 bodova]
(a) *Kako se definira centroid skupa točaka u ravnini* $A = \{a_i = (x_i, y_i) \colon x_i, y_i \in \mathbb{R}\}$ *? Odredite centroid skupa* $A = \{(1, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 5), (4, 6), (5, 3), (10, 1)\}$. *Nacrtajte sliku.*
(b) *Kako se definira medijan skupa točaka u ravnini* $A = \{a_i = (x_i, y_i) \colon x_i, y_i \in \mathbb{R}\}$ *? Odredite medijan skupa* $A = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 5), (4, 6), (5, 1), (10, 3)\}$. *Nacrtajte sliku.*
R: (a) $(4, 3)$ *(b)* $(3, 3)$

Zadatak 3. [15 bodova]
Zadani su centri $c_1 = 2$, $c_2 = 5$ *i skup točaka na pravcu* $A = \{1, 2.8, 3.6, 4, \frac{5}{4}, \frac{8}{3}, \frac{9}{2}\}$. *Principom minimalnih udaljenosti skup A razdijelite u dva klastera.*
R: $\pi_1 = \{1, \frac{5}{4}, \frac{8}{3}, 2.8\}$, $\pi_2 = \{3.6, 4, \frac{9}{2}\}$

Zadatak 4. [25 bodova]
Zadane su dvije particije

$$\Pi_1 = \{\pi_1, \pi_2\}, \quad \pi_1 = \{1, 1, 2, 3, 3\}, \quad \pi_2 = \{2, 3, 3, 4\},$$
$$\Pi_2 = \{\pi_3, \pi_4\}, \quad \pi_3 = \{1, 1, 2, 2, 3, 3\}, \quad \pi_4 = \{3, 3, 4\}.$$

skupa $A = \{1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4\}$.
(a) *Odredite vrijednost Least Squares kriterijske funkcije cilja na tim particijama. Koja particija je kompaktnija i bolje odijeljena u Least Squares smislu ?*
(b) *Odredite vrijednost Least Absolute Deviations kriterijske funkcije cilja na tim particijama. Koja particija je kompaktnija i bolje odijeljena u LAD smislu ?*
R: (a) $c(\Pi_1) = \{2, 3\}$, $\mathcal{F}(\Pi_1) = 4 + 2 = 6$, $c(\Pi_2) = \{2, \frac{10}{3}\}$, $\mathcal{F}(\Pi_2) = 4 + \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$ – *kompaktnija je particija* Π_2;
(b) $c(\Pi_1) = \{2, 3\}$, $\mathcal{F}(\Pi_1) = 4 + 2 = 6$, $c(\Pi_2) = \{2, 3\}$, $\mathcal{F}(\Pi_2) = 4 + 1 = 5$ – *kompaktnija je particija* Π_2

Zadatak 5. [20 bodova]
Primijenite k-means algoritam s LS kriterijskom funkcijom na particiju Π_1 *iz Zadatka 4. Što dobivate ?*
R: Particiju $\{\{1, 1, 2, 2\}, \{3, 3, 3, 3, 4\}\}$

Zadatak 6. [20 bodova]
Zadana je particija Π *s klasterima* $\pi_1 = \{3, 3, 4, 4\}$, $\pi_2 = \{1, 1, 2, 2, 5\}$.

(a) *Pronađite element iz klastera* π_2 *kojeg treba premjestiti u klaster* π_1*, tako da se vrijednost Least Squares kriterijske funkcije cilja poveća. Izračunajte promjenu funkcije cilja.*
(b) *Pronađite element iz klastera* π_2 *kojeg treba premjestiti u klaster* π_1*, tako da se vrijednost Least Squares kriterijske funkcije cilja smanji. Izračunajte promjenu funkcije cilja.*
R: (a) $\hat{y} = 1$ *ili* 2*,* *(b)* $\hat{y} = 5$

Napomena: Rješavanjem svih zadataka možete postići maksimalno 120 bodova (čime ćete moći kompenzirati eventualne propuste u drugim kolokvijima).

Ekonomski fakultet, Sveučilište u Osijeku **B**
Algoritmi i strukture podataka
18. ožujka 2011.

2. kolokvij

Zadatak 1. [20 bodova]
(a) *Kako se definira i koja osnovna svojstva ima aritmetička sredina podataka* $A = \{a_1, \dots, a_m\}$ *? Ilustrirajte to na primjeru skupa podataka* $\{3, 3, 2, 5, 4, 1\}$.
(b) *Kako se definira i koja osnovna svojstva ima medijan podataka* $A = \{a_1, \dots, a_m\}$ *? Ilustrirajte to na primjeru skupa podataka* $\{4, 2, 3, 5, 6, 6\}$.
R: (a) 3 *(b)* $[4, 5]$

Zadatak 2. [20 bodova]
(a) *Kako se definira centroid skupa točaka u ravnini* $A = \{a_i = (x_i, y_i) \colon x_i, y_i \in \mathbb{R}\}$ *? Odredite centroid skupa* $A = \{(1, 5), (2, 6), (3, 2), (3, 1), (4, 3), (5, 3), (10, 1)\}$. *Nacrtajte sliku.*
(b) *Kako se definira medijan skupa točaka u ravnini* $A = \{a_i = (x_i, y_i) \colon x_i, y_i \in \mathbb{R}\}$ *? Odredite medijan skupa* $A = \{(4, 2), (2, 6), (3, 5), (3, 1), (1, 3), (5, 1), (10, 3)\}$. *Nacrtajte sliku.*
R: (a) $(4, 3)$ *(b)* $(3, 3)$

Zadatak 3. [15 bodova]
Zadani su centri $c_1 = 2$, $c_2 = 5$ *i skup točaka na pravcu* $A = \{1, 3.8, 3.4, 4, \frac{5}{3}, \frac{10}{3}, \frac{11}{2}\}$. *Principom minimalnih udaljenosti skup* A *razdijelite u dva klastera.*
R: $\pi_1 = \{1, \frac{5}{3}, \frac{10}{3}, 3.4\}$, $\pi_2 = \{3.8, 4, \frac{11}{2}\}$

Zadatak 4. [25 bodova]
Zadane su dvije particije

$$\Pi_1 = \{\pi_1, \pi_2\}, \quad \pi_1 = \{2, 2, 3, 4, 4\}, \quad \pi_2 = \{3, 4, 4, 5\},$$
$$\Pi_2 = \{\pi_3, \pi_4\}, \quad \pi_3 = \{2, 2, 3, 3, 4, 4\}, \quad \pi_4 = \{4, 4, 5\}.$$

skupa $A = \{2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5\}$.
(a) *Odredite vrijednost Least Squares kriterijske funkcije cilja na tim particijama. Koja particija je kompaktnija i bolje odijeljena u Least Squares smislu ?*
(b) *Odredite vrijednost Least Absolute Deviations kriterijske funkcije cilja na tim particijama. Koja particija je kompaktnija i bolje odijeljena u LAD smislu ?*
R: (a) $c(\Pi_1) = \{3, 4\}$, $\mathcal{F}(\Pi_1) = 4 + 2 = 6$, $c(\Pi_2) = \{3, \frac{13}{3}\}$, $\mathcal{F}(\Pi_2) = 4 + \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$ – *kompaktnija je particija* Π_2;
(b) $c(\Pi_1) = \{3, 4\}$, $\mathcal{F}(\Pi_1) = 4 + 2 = 6$, $c(\Pi_2) = \{3, 4\}$, $\mathcal{F}(\Pi_2) = 4 + 1 = 5$ – *kompaktnija je particija* Π_2

Zadatak 5. [20 bodova]
Primijenite k-means algoritam s LS kriterijskom funkcijom na particiju Π_1 *iz Zadatka 4. Što dobivate ?*
R: Particiju $\{\{2, 2, 3, 3\}, \{4, 4, 4, 4, 5\}\}$

Zadatak 6. [20 bodova]
Zadana je particija Π *s klasterima* $\pi_1 = \{2, 2, 3, 3\}$, $\pi_2 = \{1, 1, 4, 4, 5\}$.

(a) Pronađite element iz klastera π_2 kojeg treba premjestiti u klaster π_1, tako da se vrijednost Least Squares kriterijske funkcije cilja poveća. Izračunajte promjenu funkcije cilja.
(b) Pronađite element iz klastera π_2 kojeg treba premjestiti u klaster π_1, tako da se vrijednost Least Squares kriterijske funkcije cilja smanji. Izračunajte promjenu funkcije cilja.
R: (a) $\hat{y} = 4$ ili 5, (b) $\hat{y} = 1$

Napomena: Rješavanjem svih zadataka možete postići maksimalno 120 bodova (čime ćete moći kompenzirati eventualne propuste u drugim kolokvijima).