Ekonomski fakultet, Sveučilište u Osijeku
Algoritmi i strukture podataka
13. travnja 2012.

A

PREZIME:______________ IME:____________
SMJER:________________ BR. IND.:_______

1. kolokvij

Zadatak 1. [25 bodova] *Zadan je pravokutni koordinatni sustav* $(O;\vec{i},\vec{j})$ *i vektorski prostor* $X_0(M)$ *svih radij vektora u ravnini*
(a) *Koja svojstva ima računska operacija zbrajanja* $+ : X_0(M)\times X_0(M)\to X_0(M)$ *na vektorskom prostoru* $X_0(M)$*?*
(b) *Za vektore* $\vec{a}=4\vec{i}+2\vec{j}$, $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}$ *odredite vektore* $\vec{c}=\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$ *i* $\vec{d}=\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}$ *i nacrtajte pripadne slike.* (c) *Jesu li vektori* $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ *linearno zavisni?*
Rješenje: *(b)* $\vec{c}=\vec{i}+3\vec{j}$, $\vec{d}=-3\vec{i}+\vec{j}$ *(c) jesu*

Zadatak 2. [25 bodova]
(a) *Kako se definira skalarni produkt* $\langle,\rangle : X_0\times X_0\to\mathbb{R}$ *na vektorskom prostoru* X_0*?*
(b) *Za vektore* $a=(-2,-2,0,1)$, $b=(4,4,1,4)$ *odredite skalarni produkt* $\langle a,b\rangle$ *i norme* $\|a\|_1, \|a\|_2, \|a\|_\infty$, $\|b\|_1, \|b\|_2, \|b\|_\infty$.
Rješenje: *(b)* $\langle a,b\rangle=-12$, $\|a\|_1=5, \|a\|_2=3, \|a\|_\infty=2$, $\|b\|_1=13, \|b\|_2=7, \|b\|_\infty=4$

Zadatak 3. [25 bodova] *Neka je* $d_{LS}\colon\mathbb{R}^2\times\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}_+$ *LS-kvazimetrička funkcija.*
(a) *Kako se definira najbolji LS-reprezentant podataka* $\mathcal{A}=\{(x_i,y_i)\in\mathbb{R}^2\colon i=1,\dots,m\}$ *s težinama* $w_1,\dots,w_m>0$*?*
(b) *Za podatke zadane u tablici odredite najbolji LS-reprezentant i grafički prikažite rezultat.*

i	1	2	3	4	5
x_i	0	-2	6	7	6
y_i	5	-1	-3	1	7
w_i	2	1	3	2	1

Rješenje: *(b)* $c=(4,1)$

Zadatak 4. [25 bodova] *Zadan je skup* $\mathcal{A}=\{0,1,2,4,8,10\}$ *i LS-kvazimetrička funkcija* $d_{LS}\colon\mathbb{R}^2\times\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}_+$.
(a) *Koliko ima svih dvočanih particija ovaj skup? Koliko ima dvočlanih particija koje se nastavljaju?*
(b) *Za sljedeće particije odredite vrijednost funkcije cilja. Koja particija je bliža optimalnoj?*
$\Pi_1=\{\{0,1,2,4\},\{8,10\}\}$, $\Pi_2=\{\{0,1,2\},\{4,8,10\}\}$.
Rješenje: *(a)* $2^5-1=31$, $\binom{5}{1}=5$, *(b)* x

Zadatak 5. [25 bodova] *Zadana je LAD-metrička funkcija* $d_{LAD}\colon\mathbb{R}^2\times\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}_+$ *i skup* $\mathcal{A}=\{\mathbf{a}_i=(x_i,y_i)\in\mathbb{R}^2 : i=1,\dots,9\}$, *gdje je*

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i	1	2	3	4	5	5	7	7	8
y_i	1	3	4	2	2	3	2	5	4

(a) *Koliko ima svih dvočlanih particija ovaj skup?*
(b) *Za sljedeće particije odredite vrijednost funkcije cilja. Koja particija je bliža optimalnoj?*
$\Pi_1=\{\{a_1,a_2,a_3,a_4\},\{a_5,a_6,a_7,a_8,a_9\}\}$, $\Pi_2=\{\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6\},\{a_7,a_8,a_9\}\}$.
Rješenje: *(a)* $2^8-1=255$, *(b)* x

Napomena: Rješavanjem svih zadataka možete postići maksimalno 125 bodova (čime ćete moći kompenzirati eventualne propuste u drugim zadaćama).

Ekonomski fakultet, Sveučilište u Osijeku
Algoritmi i strukture podataka
13. travnja 2012.

B

PREZIME:______________ IME:____________

SMJER:________________ BR. IND.:_______

1. kolokvij

Zadatak 1. [25 bodova] *Zadan je pravokutni koordinatni sustav $(O;\vec{i},\vec{j})$ i vektorski prostor $X_0(M)$ svih radij vektora u ravnini*
(a) *Koja svojstva ima računska operacija množenja sa skalarom $\cdot : \mathbb{R}\times X_0(M)\to X_0(M)$?*
(b) *Za vektore $\vec{a}=-2\vec{i}+2\vec{j}$, $\vec{b}=2\vec{i}+4\vec{j}$ odredite vektore $\vec{c}=\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$ i $\vec{d}=\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}$ i nacrtajte pripadne slike.* (c) *Jesu li vektori $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ linearno nezavisni?*
Rješenje: *(b) $\vec{c}=-3\vec{i}+3\vec{j}$, $\vec{d}=3\vec{i}+3\vec{j}$ (c) nisu*

Zadatak 2. [25 bodova]
(a) *Kako se definira norma $\|\cdot\|: X_0\to\mathbb{R}_+$ na vektorskom prostoru X_0?*
(b) *Za vektore $a=(1,-2,-2,-4)$, $b=(5,-1,-3,1)$ odredite skalarni produkt $\langle a,b\rangle$ i norme $\|a\|_1, \|a\|_2, \|a\|_\infty$, $\|b\|_1, \|b\|_2, \|b\|_\infty$.*
Rješenje: *(b) $\langle a,b\rangle=17$, $\|a\|_1=9, \|a\|_2=5, \|a\|_\infty=4$, $\|b\|_1=10, \|b\|_2=6, \|b\|_\infty=5$*

Zadatak 3. [25 bodova] *Neka je $d_{LAD}\colon \mathbb{R}^2\times\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}_+$ LAD-kvazimetrička funkcija.*
(a) *Kako se definira najbolji LAD-reprezentant podataka $\mathcal{A}=\{(x_i,y_i)\in\mathbb{R}^2\colon i=1,\dots,m\}$?*
(b) *Za podatke zadane u tablici odredite najbolji LAD-reprezentant i grafički prikažite rezultat.*

i	1	2	3	4	5	6
x_i	2	-1	3	2	3	-2
y_i	2	4	3	-3	1	-4

Rješenje: *(b) $c=(2,[1,2])$*

Zadatak 4. [25 bodova] *Zadan je skup $\mathcal{A}=\{-2,0,2,6,8,10\}$ i LS-kvazimetrička funkcija $d_{LS}\colon \mathbb{R}^2\times\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}_+$.*
(a) *Koliko ima svih dvočlanih particija ovaj skup? Koliko ima dvočlanih particija koje se nastavljaju?*
(b) *Za sljedeće particije odredite vrijednost funkcije cilja. Koja particija je bliža optimalnoj?*
$\Pi_1=\{\{-2,0,2\},\{6,8,10\}\}$, $\Pi_2=\{\{-2,0,2,6\},\{8,10\}\}$.
Rješenje: *(a) $2^5-1=31$, $\binom{5}{1}=5$ (b) x*

Zadatak 5. [25 bodova] *Zadana je LAD-metrička funkcija $d_{LAD}\colon \mathbb{R}^2\times\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}_+$ i skup $\mathcal{A}=\{\mathbf{a}_i=(x_i,y_i)\in\mathbb{R}^2 : i=1,\dots,8\}$, gdje je*

i	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i	2	2	3	4	5	6	7	8
y_i	2	3	4	2	4	3	5	2

(a) *Koliko ima svih dvočlanih particija ovaj skup?*
(b) *Za sljedeće particije odredite vrijednost funkcije cilja. Koja particija je bliža optimalnoj?*
$\Pi_1=\{\{a_1,a_2,a_3,a_4\},\{a_5,a_6,a_7,a_8\}\}$, $\Pi_2=\{\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\},\{a_6,a_7,a_8\}\}$.
Rješenje: *(a) $2^7-1=127$, (b) x*

Napomena: Rješavanjem svih zadataka možete postići maksimalno 125 bodova (čime ćete moći kompenzirati eventualne propuste u drugim zadaćama).