

3. kolokvij

Zadatak 1. [25 bodova]

(a) Formule za vrijednosti optimalnih parametara linearne regresije $f(x; \alpha, \beta) = \alpha x + \beta$,

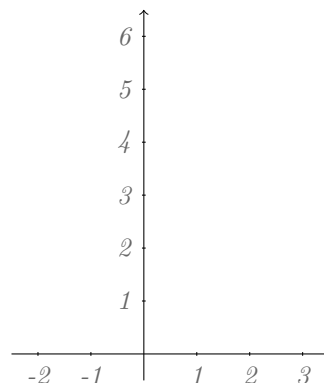
$$\alpha^* = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}, \quad \beta^* = \alpha^* \bar{x} - \bar{y}$$

su pogrešne. Napišite ispravne formule.

ODGOVOR [

(b) Za podatke $\frac{x_i}{y_i} \begin{array}{c|cccc} -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 & 3 & 6 \end{array}$ odredite optimalne parametre i varijancu linearne regresije, grafički prikažite podatke i nacrtajte pripadni graf linearne regresije.

RAČUN [



Zadatak 2. [20 bodova]

(a) Kako se definira stopa promjene model funkcije $t \mapsto f(t)$ u trenutku t_0 ?

ODGOVOR [

(b) Prosječna stopa rasta podataka $\frac{x_i}{y_i} \begin{array}{c|ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 10 & 10 & 12 & 14 & 14 \end{array}$ dobivena pomoću eksponencijalne funkcije je 9.96%. Odredite stopu rasta primjenom geometrijske sredine i primjenom Taylorove formule.

RAČUN [

Zadatak 3. [20 bodova] (a) Malthusov model rasta populacije obično se iskazuje diferencijalnom jednačinom

$$\frac{dN}{dt} = kN.$$

Što je pri tome značenje nezavisne varijable N , zavisne varijable t i konstante k ?

ODGOVOR [

(b) Ako potrošnja prirodnog plina raste po prosječnoj godišnjoj stopi od 3.5%, za koliko godina se potrošnja udvostručuje?

RAČUN

(c) Ako se potrošnja prirodnog plina udvostručuje za 10 godina, kolika je prosječna godišnja stopa rasta potrošnje?

RAČUN

Zadatak 4. [20 bodova] Početni kapital $C_0 = 100\,000,00\text{kn}$ uložen je u banku uz primjenu dekurzivnog složenog ukamaćivanja i godišnju kamatnu stopu 10%. Kolika je vrijednost kapitala nakon pola godine uz primjenu

- a) konformne mjesečne kamatne stope
- b) relativne mjesečne kamatne stope?

RAČUN

Zadatak 5. [25 bodova] (a) Napišite diferencijalnu jednadžbu čije je rješenje logistička funkcija i riječima iskažite njeno značenje.

ODGOVOR

(b) Skicirajte graf logističke funkcije $f(t) = \frac{5}{1+8e^{-t}}$ koristeći njena svojstva.

RAČUN

Napomena: Rješavanjem svih zadataka možete postići maksimalno 110 bodova (čime ćete moći kompenzirati eventualne propuste u drugim zadaćama).

3. kolokvij

Zadatak 1. [25 bodova]

(a) Formule za vrijednosti optimalnih parametara linearne regresije $f(x; \alpha, \beta) = \alpha x + \beta$,

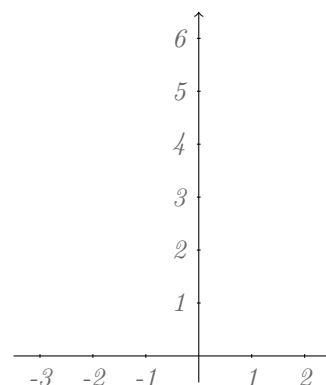
$$\alpha^* = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}, \quad \beta^* = \alpha^* \bar{y} - \bar{x}$$

su pogrešne. Napišite ispravne formule.

ODGOVOR [

(b) Za podatke $\frac{x_i}{y_i} \begin{array}{c|ccccc} -2 & -1 & 0 & 1 \\ \hline 2 & 3 & 2 & 5 \end{array}$ odredite optimalne parametre i varijancu linearne regresije, grafički prikažite podatke i nacrtajte pripadni graf linearne regresije.

RAČUN [



Zadatak 2. [20 bodova]

(a) Kako se definira stopa promjene model funkcije $t \mapsto f(t)$ u trenutku t_0 ?

ODGOVOR [

(b) Prosječna stopa rasta podataka $\frac{x_i}{y_i} \begin{array}{c|ccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 7 & 8 & 8 & 10 & 12 \end{array}$ dobivena pomoću eksponencijalne funkcije je 13.9%. Odredite stopu rasta primjenom geometrijske sredine i primjenom Taylorove formule.

RAČUN [

Zadatak 3. [20 bodova] (a) Malthusov model rasta populacije obično se iskazuje diferencijalnom jednačinom

$$\frac{dN}{dt} = kN.$$

Što je pri tome značenje nezavisne varijable N , zavisne varijable t i konstante k ?

ODGOVOR [

(b) Ako potrošnja prirodnog plina raste po prosječnoj godišnjoj stopi od 7%, za koliko godina se potrošnja udvostručuje?

RAČUN

(c) Ako se potrošnja prirodnog plina udvostručuje za 30 godina, kolika je prosječna godišnja stopa rasta potrošnje?

RAČUN

Zadatak 4. [20 bodova] Početni kapital $C_0 = 100\,000,00\text{kn}$ uložen je u banku uz primjenu dekurzivnog složenog ukamaćivanja i godišnju kamatnu stopu 8%. Kolika je vrijednost kapitala nakon četiri mjeseca uz primjenu

- a) konformne mjesečne kamatne stope
- b) relativne mjesečne kamatne stope?

RAČUN

Zadatak 5. [25 bodova] (a) Napišite diferencijalnu jednadžbu čije je rješenje logistička funkcija i riječima iskažite njeno značenje.

ODGOVOR

(b) Skicirajte graf logističke funkcije $f(t) = \frac{8}{1+3e^{-0.5t}}$ koristeći njena svojstva.

RAČUN

Napomena: Rješavanjem svih zadataka možete postići maksimalno 110 bodova (čime ćete moći kompenzirati eventualne propuste u drugim zadaćama).