

Pismeni ispit

Zadatak 1. [20 bodova] Zadan je pravokutni koordinatni sustav $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ i vektorski prostor $X_0(E)$ svih radij vektora u prostoru.

- (a) Za vektore $\vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ odredite vektore $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ i $\vec{d} = 2\vec{b} - \vec{c}$.
 (b) Jesu li vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}$ linearno zavisni?
 (c) Izračunajte kut između vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

Zadatak 2. [20 bodova] Neka je $d_{LS}: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$ LS-kvazimetrička funkcija.

- (a) Kako se definira najbolji LS-representant podataka $\mathcal{A} = \{(x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2: i = 1, \dots, m\}$ s težinama $w_1, \dots, w_m > 0$?
 (b) Za podatke zadane u tablici odredite najbolji LS-representant i grafički prikazite rezultat.

i	1	2	3	4	5	6	7
x_i	0	-2	6	7	4	1	3
y_i	5	-1	-3	1	7	4	-1
w_i	2	3	1	2	1	4	2

Zadatak 3. [20 bodova] Zadan je skup podataka $\mathcal{A} = \{(1, 1), (2, 1), (2, 2), (4, 3), (5, 2), (8, 4), (8, 2), (9, 5)\}$. Počevši od početnih centara c_1^0, c_2^0, c_3^0 , provedite k-means algoritam na tom skupu podataka koristeći LAD kriterij i u svakom koraku izračunajte vrijednost funkcije cilja F .

it	c_1	c_2	c_3	π_1	π_2	π_3	F
0	(1, 1)	(2, 1)	(3, 3)				
1							

Zadatak 4. [20 bodova] Početni kapital $C_0 = 200\,000,00$ kn uložen je u banku uz primjenu dekurzivnog složenog ukamaćivanja i godišnju kamatnu stopu 10%.

- (a) Kolika je vrijednost kapitala nakon pola godine uz primjenu
 – konformne mjesečne kamatne stope
 – relativne mjesečne kamatne stope?
 (b) Nakon koliko vremena će ukupne kamate biti jednake polovini početnog kapitala?

Zadatak 5. [20 bodova] (a) Napišite generaliziranu logističku funkciju i pokažite da je logistička funkcija njen specijalan slučaj.

- (b) Napišite svojstva logističke funkcije.
 (c) Skicirajte graf funkcije $f(t) = \frac{6}{1+10e^{-1.5t}}$ koristeći ta svojstva.