

1. kolokvij

Zadatak 1. [25 bodova]

(a) Navedite svojstva koja mora imati metrička funkcija $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$.

ODGOVOR

(b) Zašto funkcija $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d(x, y) = (x - y)^2$ nije metrička funkcija?

ODGOVOR

(c) Neka je $d: [0, 12] \times [0, 12] \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d(t_1, t_2) = \begin{cases} |t_1 - t_2|, & \text{ako } |t_1 - t_2| \leq 6 \\ 12 - |t_1 - t_2|, & \text{ako } |t_1 - t_2| > 6 \end{cases}$. Ima li ova funkcija svojstvo pozitivne definitnosti? Obrazložite svoju tvrdnju i odredite primjerice, $d(7, 3)$ i $d(4, 11)$.

ODGOVOR

Zadatak 2. [25 bodova]

(a) Zadana je LS kvazimetrička funkcija $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d(x, y) = (x - y)^2$. Definirajte najbolji reprezentant podataka $y_1, \dots, y_m \in \mathbb{R}$ s težinama $w_1, \dots, w_m > 0$ u odnosu na LS kvazimetričku funkciju d . Kako zovemo ovaj najbolji reprezentant?

ODGOVOR

(b) Odredite najbolji LS reprezentant podataka: 5, 7, 6, 9, 6, 3, 6, 2, 6, 10.

RAČUN

(c) Odredite sumu kvadrata odstupanja svih podataka od najboljeg LS reprezentanta.

RAČUN

Zadatak 3. [25 bodova]

(a) Zadana je LAD metrička funkcija $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d(x, y) = |x - y|$. Definirajte najbolji LAD reprezentant podataka $y_1, \dots, y_m \in \mathbb{R}$ s težinama $w_1, \dots, w_m > 0$ u odnosu na LAD metričku funkciju d . Kako zovemo ovaj najbolji reprezentant?

ODGOVOR

(b) Odredite najbolji LAD reprezentant podataka: 1, 1, 4, 4, 5, 6, 2, 10, 2, 1.

RAČUN

(c) Odredite sumu apsolutnih odstupanja svih podataka od najboljeg LAD reprezentanta.

RAČUN

(d) Koliko je $\sum |y_i - 3.2|$?

RAČUN

Zadatak 4. [25 bodova]

(a) Zadana je LS kvazimetrička funkcija $d: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d(x, y) = \|x - y\|_2^2$. Definirajte najbolji reprezentant skupa $\mathcal{A} = \{a^i = (x_i, y_i)^T \in \mathbb{R}^2: i = 1, \dots, m\}$ s težinama $w_1, \dots, w_m > 0$ u odnosu na LS kvazimetričku funkciju d . Kako zovemo ovaj najbolji reprezentant?

ODGOVOR

(b) Odredite i grafički prikažite najbolji LS reprezentant skupa $\mathcal{A} = \{(2, 6), (7, 7), (4, 7), (4, 10), (5, 7), (5, 5)\}$ s težinama $w = \{5, 2, 2, 3, 2, 2\}$.

RAČUN

(c) Odredite težinsku sumu kvadrata udaljenosti svih elemenata skupa $\mathcal{A}$ od najboljeg LS reprezentanta.

RAČUN

Zadatak 5. [25 bodova]

(a) Zadana je LAD metrička funkcija $d: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d(x, y) = \|x - y\|_1$. Definirajte najbolji LAD reprezentant skupa $\mathcal{A} = \{a^i = (x_i, y_i)^T \in \mathbb{R}^2: i = 1, \dots, m\}$ s težinama $w_1, \dots, w_m > 0$ u odnosu na LAD metričku funkciju d . Kako zovemo ovaj najbolji reprezentant?

ODGOVOR

(b) Zadan je skup $\mathcal{A} = \{(5, 8), (5, 9), (9, 6), (4, 5), (6, 5), (6, 6), (1, 10), (10, 4)\}$. Odredite i grafički prikažite najbolji LAD reprezentant ovog skupa.

RAČUN

(c) Odredite sumu l_1 udaljenosti svih elemenata skupa $\mathcal{A}$ od najboljeg LAD reprezentanta.

RAČUN

Napomena: Rješavanjem svih zadataka možete postići maksimalno 125 bodova (čime ćete moći kompenzirati eventualne propuste u drugim zadaćama).

1. kolokvij

Zadatak 1. [25 bodova]

(a) Navedite svojstvo koje mora imati kvazimetrička funkcija $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$.

ODGOVOR

(b) Je li funkcija $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d(x, y) = (x - y)^2$ kvazimetrička funkcija?

ODGOVOR

(c) Neka je $d: [0, 12] \times [0, 12] \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d(t_1, t_2) = \begin{cases} |t_1 - t_2|, & \text{ako } |t_1 - t_2| \leq 6 \\ 12 - |t_1 - t_2|, & \text{ako } |t_1 - t_2| > 6 \end{cases}$. Ima li ova funkcija svojstvo simetrije? Obrazložite svoju tvrdnju i odredite primjerice, $d(9, 2)$ i $d(2, 9)$.

ODGOVOR

Zadatak 2. [25 bodova]

(a) Zadana je LS kvazimetrička funkcija $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d(x, y) = (x - y)^2$. Definirajte najbolji LS reprezentant podataka $y_1, \dots, y_m \in \mathbb{R}$ s težinama $w_1, \dots, w_m > 0$ u odnosu na LS kvazimetričku funkciju d . Kako zovemo ovaj najbolji reprezentant?

ODGOVOR

(b) Odredite najbolji LS reprezentant podataka: 8, 4, 8, 4, 2, 2, 6, 5, 10, 1.

RAČUN

(c) Odredite sumu odstupanja svih podataka od najboljeg LS reprezentanta.

RAČUN

Zadatak 3. [25 bodova]

(a) Zadana je LAD metrička funkcija $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d(x, y) = |x - y|$. Definirajte najbolji LAD reprezentant podataka $y_1, \dots, y_m \in \mathbb{R}$ s težinama $w_1, \dots, w_m > 0$ u odnosu na LAD metričku funkciju d . Kako zovemo ovaj najbolji reprezentant?

ODGOVOR

(b) Odredite najbolji LAD reprezentant podataka: 1, 3, 5, 9, 4, 7, 1, 8, 3, 8.

RAČUN

(c) Odredite sumu apsolutnih odstupanja svih podataka od najboljeg LAD reprezentanta.

RAČUN

(d) Koliko je $\sum |y_i - 4.2|$?

RAČUN

Zadatak 4. [25 bodova]

(a) Zadana je LS kvazimetrička funkcija $d: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d(x, y) = \|x - y\|_2^2$. Definirajte najbolji reprezentant skupa $\mathcal{A} = \{a^i = (x_i, y_i)^T \in \mathbb{R}^2: i = 1, \dots, m\}$ s težinama $w_1, \dots, w_m > 0$ u odnosu na LS kvazimetričku funkciju d . Kako zovemo ovaj najbolji reprezentant?

ODGOVOR

(b) Odredite i grafički prikažite najbolji LS reprezentant skupa $\mathcal{A} = \{(9, 5), (8, 5), (10, 3), (10, 9), (2, 2), (8, 3)\}$ s težinama $w = \{4, 2, 2, 1, 4, 1\}$.

RAČUN

(c) Odredite težinsku sumu kvadrata udaljenosti svih elemenata skupa $\mathcal{A}$ od najboljeg LS reprezentanta.

RAČUN

Zadatak 5. [25 bodova]

(a) Zadana je LAD metrička funkcija $d: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d(x, y) = \|x - y\|_1$. Definirajte najbolji LAD reprezentant skupa $\mathcal{A} = \{a^i = (x_i, y_i)^T \in \mathbb{R}^2: i = 1, \dots, m\}$ s težinama $w_1, \dots, w_m > 0$ u odnosu na LAD metričku funkciju d . Kako zovemo ovaj najbolji reprezentant?

ODGOVOR

(b) Zadan je skup $\mathcal{A} = \{(2, 5), (1, 8), (1, 1), (9, 7), (1, 5), (2, 9), (6, 2), (2, 2)\}$. Odredite i grafički prikažite najbolji LAD reprezentant ovog skupa.

RAČUN

(c) Odredite sumu l_1 udaljenosti svih elemenata skupa $\mathcal{A}$ od najboljeg LAD reprezentanta.

RAČUN

Napomena: Rješavanjem svih zadataka možete postići maksimalno 125 bodova (čime ćete moći kompenzirati eventualne propuste u drugim zadaćama).