

Pismeni ispit

Zadatak 1. [25 bodova] Zadan je pravokutni koordinatni sustav $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ i vektorski prostor $X_0(E)$ svih radij vektora u prostoru.

(a) Za vektore $\vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ odredite vektore $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ i $\vec{d} = 2\vec{b} - \vec{c}$.

(b) Jesu li vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}$ linearno zavisni?

(c) Izračunajte kut između vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$.

Zadatak 2. [25 bodova] Neka je $d_{LS}: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$ LS-kvazimetrička funkcija.

(a) Kako se definira najbolji LS-representant podataka $\mathcal{A} = \{(x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2: i = 1, \dots, m\}$ s težinama $w_1, \dots, w_m > 0$?

(b) Za podatke zadane u tablici odredite najbolji LS-representant i grafički prikazite rezultat.

i	1	2	3	4	5	6	7
x_i	0	-2	6	7	6	1	3
y_i	5	-1	-3	4	7	4	-2
w_i	2	1	3	2	5	4	3

Zadatak 3. [20 bodova] Zadana je particija $\Pi^0 = \{\{1, 2, 5\}, \{6, 13\}, \{8, 11, 15\}\}$ skupa $\mathcal{A}$. Primjenom k -means algoritma odredite LS-lokalno optimalnu particiju i odgovarajuće vrijednosti funkcije cilja F i dualne funkcije cilja G .

it	π_1	π_2	π_3	c_1	c_2	c_3	F	G
0	{1, 2, 5}	{6, 13}	{8, 11, 15}					
1								

Zadatak 4. [20 bodova] Početni kapital $C_0 = 500\,000,00$ kn uložen je u banku uz primjenu dekurzivnog složenog ukamaćivanja i godišnju kamatnu stopu 10%.

(a) Kolika je vrijednost kapitala nakon pola godine uz primjenu

- konformne mjesečne kamatne stope
- relativne mjesečne kamatne stope?

(b) Nakon koliko vremena će ukupne kamate biti jednake polovini početnog kapitala?

Zadatak 5. [20 bodova] (a) Napišite generaliziranu logističku funkciju i pokažite da je logistička funkcija njen specijalan slučaj.

(b) Napišite svojstva logističke funkcije.

(c) Skicirajte graf funkcije $f(t) = \frac{6}{1+10e^{-0.2t}}$ koristeći ta svojstva.