

### Pismeni ispit

**Zadatak 1.** [20 bodova] Zadan je pravokutni koordinatni sustav  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  i vektorski prostor  $X_0(E)$  svih radij vektora u prostoru.

- (a) Za vektore  $\vec{a} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k}$  i  $\vec{c} = -2\vec{i} + 6\vec{j} + 5\vec{k}$  odredite vektore  $\vec{d} = \vec{a}/2 + \vec{b}$  i  $\vec{e} = 2\vec{b} - \vec{c}$ .  
 (b) Jesu li vektori  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  linearno zavisni?  
 (c) Izračunajte kut između vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ .  
 (d) Izračunajte  $\|\vec{d}\|$  i  $\|\vec{e}\|$ .

**Zadatak 2.** [20 bodova] Neka je  $d_{LS}: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$  LS-kvazimetrička funkcija.

- (a) Kako se definira najbolji LS-reprezentant podataka  $\mathcal{A} = \{(x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2: i = 1, \dots, m\}$  s težinama  $w_1, \dots, w_m > 0$ ?  
 (b) Za podatke zadane u tablici odredite najbolji LS-reprezentant i grafički prikazite rezultat.

| $i$   | 1 | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7  |
|-------|---|----|----|---|---|---|----|
| $x_i$ | 0 | 2  | 6  | 7 | 6 | 1 | 8  |
| $y_i$ | 5 | -1 | -3 | 4 | 7 | 4 | -2 |
| $w_i$ | 2 | 6  | 3  | 1 | 2 | 3 | 3  |

**Zadatak 3.** [20 bodova] Zadana je particija  $\Pi^0 = \{\{(1, 1)\}, \{(2, 1)\}, \{(2, 2), (2, 4), (3, 2), (4, 4), (5, 5), (6, 4), (5, 6)\}\}$  skupa  $\mathcal{A}$ . Primjenom  $k$ -means algoritma odredite LAD-lokalno optimalnu particiju i odgovarajuće vrijednosti funkcije cilja  $F$ .

| $it$ | $\pi_1$      | $\pi_2$      | $\pi_3$                                                      | $c_1$ | $c_2$ | $c_3$ | $F$ |
|------|--------------|--------------|--------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-----|
| 0    | $\{(1, 1)\}$ | $\{(2, 1)\}$ | $\{(2, 2), (2, 4), (3, 2), (4, 3), (5, 5), (6, 4), (5, 6)\}$ |       |       |       |     |
| 1    |              |              |                                                              |       |       |       |     |

**Zadatak 4.** [20 bodova] Početni kapital  $C_0 = 500\,000,00$  kn uložen je u banku uz primjenu dekurzivnog složenog ukamaćivanja i godišnju kamatnu stopu 7%.

- (a) Kolika je vrijednost kapitala nakon 14 mjeseci uz primjenu  
 – konformne mjesečne kamatne stope  
 – relativne mjesečne kamatne stope?  
 (b) Nakon koliko mjeseci će ukupne kamate biti veće od trećine početnog kapitala?

**Zadatak 5.** [20 bodova] (a) Napišite generaliziranu logističku funkciju i pokažite da je logistička funkcija njen specijalan slučaj.

(b) Napišite svojstva logističke funkcije.

(c) Skicirajte graf funkcije  $f(t) = \frac{7}{1+3e^{-0.6t}}$  koristeći ta svojstva.