

**Pismeni ispit**

**Zadatak 1.** [20 bodova] Zadan je pravokutni koordinatni sustav  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  i vektorski prostor  $X_0(E)$  svih radij vektora u prostoru.

(a) Za vektore  $\vec{a} = -\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$  odredite vektore  $\vec{c} = \vec{a} + 2\vec{b}$  i  $\vec{d} = 2\vec{b} - \vec{c}$ .

(b) Jesu li vektori  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}$  linearno zavisni?

(c) Izračunajte kut između vektora  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$ .

**Zadatak 2.** [20 bodova] Neka je  $d_{LS}: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$  LS-kvazimetrička funkcija.

(a) Kako se definira najbolji LS-representant podataka  $\mathcal{A} = \{(x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2: i = 1, \dots, m\}$  s težinama  $w_1, \dots, w_m > 0$ ?

(b) Za podatke zadane u tablici odredite najbolji LS-representant i grafički prikazite rezultat.

| $i$   | 1 | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7  |
|-------|---|----|----|---|---|---|----|
| $x_i$ | 0 | 2  | 6  | 7 | 6 | 1 | 3  |
| $y_i$ | 5 | -1 | -3 | 4 | 7 | 4 | -2 |
| $w_i$ | 2 | 1  | 3  | 2 | 5 | 4 | 3  |

**Zadatak 3.** [20 bodova] Skup  $\mathcal{A} = \{(-2, -1), (-1, 1), (1, -2), (0, 2), (3, -2), (2, 0), (0, 0)\}$  treba grupirati u dva klastera. Odredite lokalno-optimalnu particiju primjenom  $k$ -means algoritma uz LAD-kvazimetričku funkciju počevši s inicijalnim točkama  $c_1 = (-2, -1)$ ,  $c_2 = (-1, 1)$ . Popunite niže navedenu tablicu.

| R.br. | $c_1$      | $c_2$     | $\pi_1$ | $\pi_2$ | $F$ |
|-------|------------|-----------|---------|---------|-----|
| 1     | $(-2, -1)$ | $(-1, 1)$ | {       | {       |     |
| 2     |            |           | }       | }       |     |
| 3     |            |           | {       | {       |     |
| 4     |            |           | }       | }       |     |

**Zadatak 4.** [20 bodova] Početni kapital  $C_0 = 600\,000,00$ kn uložen je u banku uz primjenu dekurzivnog složenog ukamaćivanja i godišnju kamatnu stopu 6%.

(a) Kolika je vrijednost kapitala nakon pola godine uz primjenu

– konformne mjesečne kamatne stope

– relativne mjesečne kamatne stope?

(b) Nakon koliko mjeseci će ukupne kamate biti veće od petine početnog kapitala?

**Zadatak 5.** [20 bodova] (a) Napišite generaliziranu logističku funkciju i pokažite da je logistička funkcija njen specijalan slučaj.

(b) Napišite svojstva logističke funkcije.

(c) Skicirajte graf funkcije  $f(t) = \frac{8}{1+2e^{-0.3t}}$  koristeći ta svojstva.