

Pismeni ispit

Zadatak 1. [20 bodova]

- (a) Zadana je LAD metrička funkcija $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d(x, y) = |x - y|$. Definirajte najbolji LAD reprezentant podataka $y_1, \dots, y_m \in \mathbb{R}$ s težinama $w_1, \dots, w_m > 0$ u odnosu na LAD metričku funkciju d . Kako zovemo ovaj najbolji reprezentant?
- (b) Odredite najbolji težinski LAD reprezentant podataka: 21, 4, 15, 23, 5, 11, -2, 3, 7, 2 s težinama 2, 1, 2, 4, 1, 1, 1, 1, 2, 1.
- (c) Odredite težinsku sumu apsolutnih odstupanja svih podataka od najboljeg LAD reprezentanta.

Zadatak 2. [20 bodova]

- (a) Zadana je LS kvazimetrička funkcija $d: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d(x, y) = \|x - y\|_2^2$. Definirajte najbolji reprezentant skupa $\mathcal{A} = \{a^i = (x_i, y_i)^T \in \mathbb{R}^2: i = 1, \dots, m\}$ s težinama $w_1, \dots, w_m > 0$ u odnosu na LS kvazimetričku funkciju d . Kako zovemo ovaj najbolji reprezentant?
- (b) Odredite i grafički prikažite najbolji LS reprezentant skupa $\mathcal{A} = \{(10, 1), (6, 10), (3, 2), (4, 8), (7, 6), (6, 8)\}$ s težinama $w = \{3, 2, 5, 1, 5, 3\}$.
- (c) Odredite težinsku sumu kvadrata udaljenosti svih elemenata skupa $\mathcal{A}$ od najboljeg LS reprezentanta.

Zadatak 3. [20 bodova]

- (a) Neka je $\mathcal{A} \subset \mathbb{R}$ skup, a $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ kvazimetrička funkcija. Napišite osnovne korake k -means algoritma za traženje lokalno optimalne k -particije.
- (b) Neka je $\Pi = \{\pi_1, \pi_2\} = \{\{1, 2, 3, 7, 8, 11\}, \{14\}\}$ inicijalna particija skupa $\mathcal{A} = \{1, 2, 3, 7, 8, 11, 14\}$. Uz primjenu k -means algoritma i LAD metričke funkcije odredite pripadnu lokalno optimalnu 2-particiju.

Zadatak 4. [20 bodova]

- (a) Pretpostavimo da se porast populacije ponaša po eksponencijalnom zakonu rasta s prosječnom godišnjom stopom c i da veličina populacije u trenutku $t_0 = 0$ iznosi N_0 . Odredite vrijeme t_5 za koje će se veličina populacije upeterostručiti.
- (b) Prosječna dnevna stopa porasta broja jedinki nekog virusa je 300 (ili 30000%). Za koje vrijeme se broj virusa upeterostručuje?
- (c) Ako se potrošnja nekog prirodnog resursa povećava po prosječnoj godišnjoj stopi 5%, za koliko godina se potrošnja resursa upeterostručuje?

Zadatak 5. [20 bodova]

- (a) Napišite Gompertzov zakon rasta u formi diferencijalne jednadžbe. Koje su horizontalne asimptote rješenja te diferencijalne jednadžbe?
- (b) Za model-funkciju $f(x) = \frac{6}{1+7e^{-0.4x}}$ odredite točku infleksije i odredite faze rasta.