

Pismeni ispit

Zadatak 1. [20 bodova]

(a) Odredite najbolji težinski LAD reprezentant podataka: 21, 4, 15, 23, 5, 11, -2, 3, 7, 2 s težinama 2, 1, 2, 4, 1, 1, 1, 1, 2, 1 i odredite težinsku sumu apsolutnih odstupanja svih podataka od najboljeg LAD reprezentanta.

(b) Odredite najbolji težinski LS reprezentant tih istih podataka i odredite težinsku sumu kvadratnih odstupanja svih podataka od najboljeg LS reprezentanta.

Zadatak 2. [20 bodova]

(a) Zadana je LS kvazimetrička funkcija $d: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d(x, y) = \|x - y\|_2^2$. Definirajte najbolji reprezentant skupa $\mathcal{A} = \{a^i = (x_i, y_i)^T \in \mathbb{R}^2: i = 1, \dots, m\}$ s težinama $w_1, \dots, w_m > 0$ u odnosu na LS kvazimetričku funkciju d . Kako zovemo ovaj najbolji reprezentant?

(b) Odredite i grafički prikažite najbolji LS reprezentant skupa $\mathcal{A} = \{(6, 1), (5, 2), (2, 10), (3, 5), (3, 2), (5, 6)\}$ s težinama $w = \{2, 3, 2, 2, 3, 2\}$.

(c) Odredite težinsku sumu kvadrata udaljenosti svih elemenata skupa $\mathcal{A}$ od najboljeg LS reprezentanta.

Zadatak 3. [20 bodova]

(a) Neka je $\mathcal{A} \subset \mathbb{R}$ skup, a $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ kvazimetrička funkcija. Napišite osnovne korake k-means algoritma za traženje lokalno optimalne k-particije.

(b) Skup $\mathcal{A} = \{(-2, -1), (-1, 1), (1, -2), (0, 2), (3, -2), (2, 0), (0, 0)\}$ treba grupirati u dva klastera. Odredite lokalno optimalnu particiju primjenom k-means algoritma uz LAD-kvazimetričku funkciju počevši s inicijalnim točkama $c_1 = (-2, -1)$ i $c_2 = (-1, 1)$. Koja je vrijednost funkcije cilja na toj particiji?

Zadatak 4. [20 bodova]

Početni kapital $C_0 = 400\,000,00$ kn uložen je u banku uz primjenu dekurzivnog složenog ukamaćivanja i godišnju kamatnu stopu 6%.

(a) Kolika je vrijednost kapitala nakon pola godine uz primjenu komforne, a kolika uz primjenu relativne mjesečne kamatne stope?

(b) Nakon koliko mjeseci će ukupne kamate biti veće od petine početnog kapitala?

Zadatak 5. [20 bodova]

(a) Napišite Gompertzov zakon rasta u formi diferencijalne jednadžbe. Koje su horizontalne asimptote rješenja te diferencijalne jednadžbe?

(b) Za model-funkciju $f(x) = \frac{7}{1+6e^{-0.3x}}$ odredite točku infleksije i odredite faze rasta.