

Pismeni ispit

Zadatak 1. [20 bodova]

- (a) Odredite najbolji težinski LAD reprezentant podataka: 29, 0, -4, -8, 11, 2, -5, 6, 7, -14, 12 s težinama 2, 1, 2, 1, 1, 1, 3, 1, 2, 6, 4 i odredite težinsku sumu apsolutnih odstupanja svih podataka od najboljeg LAD reprezentanta.
- (b) Odredite najbolji težinski LS reprezentant tih istih podataka i odredite težinsku sumu kvadratnih odstupanja svih podataka od najboljeg LS reprezentanta.

Zadatak 2. [20 bodova]

- (a) Zadana je LS kvazimetrička funkcija $d: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+$, $d(x, y) = \|x - y\|_2^2$. Definirajte najbolji reprezentant skupa $\mathcal{A} = \{a^i = (x_i, y_i)^T \in \mathbb{R}^2: i = 1, \dots, m\}$ s težinama $w_1, \dots, w_m > 0$ u odnosu na LS kvazimetričku funkciju d . Kako zovemo ovaj najbolji reprezentant?
- (b) Odredite i grafički prikažite najbolji LS reprezentant skupa $\mathcal{A} = \{(8, 1), (5, 4), (2, 10), (19, 5), (3, 2), (3, 10)\}$ s težinama $w = \{2, 3, 2, 4, 3, 6\}$.
- (c) Odredite težinsku sumu kvadrata udaljenosti svih elemenata skupa $\mathcal{A}$ od najboljeg LS reprezentanta.

Zadatak 3. [20 bodova]

- (a) Napišite dualni LS-problem grupiranja podataka i njegovu vezu s funkcijom cilja najmanjih kvadrata za grupiranje podataka.
- (b) Skup $\mathcal{A} = \{(-4, 2), (-1, -3), (5, -2), (-3, 0), (4, -2), (2, -3), (1, 4)\}$ treba grupirati u dva klastera. Odredite lokalno optimalnu particiju primjenom k -means algoritma uz LAD-kvazimetričku funkciju počevši s inicijalnim točkama $c_1 = (-4, 2)$ i $c_2 = (-1, -3)$. Izračunajte funkciju cilja u svakom koraku.

Zadatak 4. [20 bodova]

- Početni kapital $C_0 = 200\,000,00$ kn uložen je u banku uz primjenu dekurzivnog složenog ukamaćivanja i godišnju kamatnu stopu 4%.
- (a) Kolika je vrijednost kapitala nakon pet godina uz primjenu komforne, a kolika uz primjenu relativne mjesečne kamatne stope?
- (b) Kolika bi trebala biti kamatna stopa da se u tom razdoblju početni kapital udvostruči?

Zadatak 5. [20 bodova]

- (a) Napišite diferencijalnu jednadžbu kojom je definirana Verhulstova logistička model funkcija i objasnite njeno značenje.
- (b) Za model-funkciju $f(x) = \frac{2}{1+3e^{-0.5x}}$ odredite točku infleksije i odredite faze rasta.