

Elektrotehnički fakultet, Sveučilište u Osijeku
16. veljače, 2007.

Pismeni dio ispita iz Matematike I
Ak. god. 2006./2007.

Zadatak 1 Definirajte injektivnost, surjektivnost i bijektivnost funkcije. Odredite domenu funkcije

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{1-x^3}{2-x^3}}.$$

Ispitajte njenu bijektivnost. Rezultat obrazložite.

Zadatak 2 Kada kažemo da je funkcija neprekidna u točki a ? Zadana je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x-2|}{|x+1|} & , \quad \text{za } x \neq -1 \\ a & , \quad \text{za } x = -1 \end{cases}$$

Odredite a tako da funkcija bude neprekidna u točki $x = -1$. Nacrtajte njen graf!

Zadatak 3 Bez upotrebe L'Hôpitalovog pravila odredite $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right) + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi x)}{\sin(3\pi x)}$.

Zadatak 4 Iskažite Rolleov teorem i geometrijski ga interpretirajte. Pokažite da funkcija $y = xe^{\frac{-x^2}{2}}$ zadovoljava jednadžbu $xy' = (1-x^2)y$.

Zadatak 5 Iskažite dovoljan uvjet postojanja lokalnog ekstrema funkcije. Nađite ekstreme i intervale monotonosti funkcije $f(x) = \frac{16}{x(4-x^2)}$.

Elektrotehnički fakultet, Sveučilište u Osijeku
16. veljače, 2007.

Pismeni dio ispita iz Matematike I
Ak. god. 2006./2007.

Zadatak 1 Definirajte kompoziciju dvaju funkcija. Za funkciju $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ odredite $f \circ f \circ f$.

Zadatak 2 Što je gomilište niza? Objasnite vezu između limesa i gomilišta nekog niza. Odredite

$$\lim_{x \rightarrow 0-} \left(\frac{a}{3} \right)^{\frac{x-x^2}{x}} \quad \text{i} \quad \lim_{x \rightarrow 0+} \left(\frac{a}{3} \right)^{\frac{x-x^2}{x}}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Zadatak 3 Ispitajte konvergenciju niza čiji je opći član zadan s $a_n = \frac{2n^2-3n-4}{\sqrt{n^4+1}} + \sqrt[n]{2}$.

Zadatak 4 Iskažite Lagrangeov teorem. Za funkciju $f(x) = \frac{\ln(\ln x)}{x}$ odredite $f'(e) + f''(e)$.

Zadatak 5 Iskažite nužan uvjet postojanja lokalnog ekstrema funkcije. Nađite ekstreme i intervale monotonosti funkcije $f(x) = x \cdot \ln^2 x$.