

Pismeni dio ispita iz Matematike I
Akademska godina 2008./2009.

- I.** Za kompleksan broj $z \in \mathbb{C}$ definirajte njegov realan dio, imaginaran dio, kompleksno-konjugiran broj te modul broja. Kako se definira imaginarna jedinica i ?
- II.** a) Definirajte racionalnu funkciju. Koja je razlika između prave i neprave racionalne funkcije?
b) Definirajte parcijalni razlomak.
c) Nadopunite tvrdnju:
Svaku _____ racionalnu funkciju moguće je na _____ način prikazati kao zbroj parcijalnih razlomaka.
- III.** Kada kažemo da je funkcija $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna u točki $x_0 \in (a, b)$?
- IV.** Neka je funkcija $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ derivabilna u točki $x_0 \in (a, b)$. Napišite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije f u točki x_0 .
- V.** Zadana je dva puta neprekidno derivabilna funkcija $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Koji su nužni, a koji dovoljni uvjeti da funkcija f u točki $x_0 \in (a, b)$ ima lokalni ekstrem?

Zadatak 1 U Gaussovoj ravnini skicirajte skup točaka

$$S = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} \left(\frac{z-2}{z+2} \right) \leq 0 \mid |z| \geq 1\}.$$

.

Zadatak 2 Racionalnu funkciju $f(x) = \frac{x^4+5x^3-16x^2-137x-125}{x^3+x^2-25x-25}$ rastavite na parcijalne razlomke.

.

Zadatak 3 Ispitajte neprekidnost funkcije $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadane na sljedeći način:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{5^x}, & x \leq 0; \\ 2^{\frac{x-7}{\sin x}}, & 0 < x \leq 2; \\ \frac{x^4-2x^2+3x-14}{x^3-8}, & x > 2. \end{cases}$$

Zadatak 4 Odredite jednadžbe tangente i normale na graf funkcije $f(x) = (x^x + \cos x)^x$ u točki $x_0 = 1$.

.

Zadatak 5 Slika je obješena na zid. Njezin niži kraj je za a cm, a gornji za b cm iznad očiju promatrača. Na kojoj udaljenosti od zida mora stajati promatrač da bi gledao sliku pod najvećim kutom?