

Elektrotehnički fakultet, Sveučilište u Osijeku
17. prosinca, 2007.

Pismeni dio ispita iz Matematike I
Akademska godina 2006./2007.

- I.** a) Neka je $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ realna funkcija realne varijable. Kada kažemo da je funkcija f bijekcija?
b) Je li funkcija $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definirana s $f(x) = \cos x$ bijekcija? Obrazložite odgovor.
[I. b) Nije jer nije surjekcija.]
- II.** a) Definirajte niz realnih brojeva.
b) Za koji niz kažemo da je monotonno padajući?
c) Nadopunite tvrdnju:
Svaki _____ niz realnih brojeva ima barem jedno gomilište.
[II. c) omeđen]
- III.** Objasnite pojam divergencije niza i navedite primjer niza koji je divergentan.
- IV.** Zadana je derivabilna funkcija $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$. Napisati formulu kojom se definira derivacija funkcije f u točki x_0 .
[$f'(x_0) := \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$]
- V.** Neka funkcija $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ u točki $x_0 \in (a, b)$ ima lokalni ekstrem. Iskažite Fermatov teorem.

Zadatak 1 Odredite domen funkcije

$$f(x) = \frac{2}{\cos(x+1)} + \frac{\sqrt{2-x}}{x^2 - 12x + 11}.$$

$$[D_f = \langle -\infty, 2 \rangle \setminus \{1, \frac{\pi}{2} - 1 + k\pi : k \in \mathbb{Z}, k < 1\}]$$

Zadatak 2 Zadan je kompleksan broj

$$z = \frac{(2+4i)(1+3i)}{1-i^{1999}} + 5i^{205}.$$

Odredite z^5 .

$$[15^5 i]$$

Zadatak 3 Izračunajte $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} + 2\sqrt{n^3} - n^2}{\sqrt{n^4} + 1}$.

$$[-1]$$

Zadatak 4 Zadana je funkcija $f(x) = \arctg^3 x$. Izračunajte $f^{(2)}(1)$.

$$[f^{(2)}(1) = \frac{3\pi}{8} - \frac{3\pi^2}{32}]$$

Zadatak 5 Odredite jednadžbe tangente i normale na graf funkcije $y = e^{1-x^2}$ u sjecištima s pravcem $y = 1$.

[za točku $T_1(1, 1) : y_t = -2x + 3, y_n = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$; za točku $T_2(-1, 1) : y_t = 2x + 3, y_n = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$]