

Pismeni dio ispita iz Matematike I

- I.** a) Definirajte apsolutnu vrijednost realnog broja.
b) Nacrtajte graf funkcije $f(x) = |x|$. Što je slika te funkcije?
c) Napišite svojstvo apsolutne vrijednosti poznato pod nazivom nejednakost trokuta.
[I.b $\text{Im}(f) = [0, +\infty)$]
- II.** Zadan je kompleksan broj $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$. Napišite formule za računanje z^n i $\sqrt[n]{z}$.
- III.** a) Definirajte niz realnih brojeva.
b) Za koji niz kažemo da je monotonno rastući?
c) Nadopunite tvrdnju:
Svaki konvergentan niz realnih brojeva je _____ .
[III.c omeđen]
- IV.** Zadata je derivabilna funkcija $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$. Napisati formulu kojom se definira derivacija funkcije f u točki $x_0 \in (a, b)$.
- V.** Neka je $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ derivabilna funkcija na (a, b) . Za koju točku $x_0 \in (a, b)$ kažemo da je stacionarna točka funkcije f ?
[ako je $f'(x_0) = 0$]

Zadatak 1 Odredite prirodno područje definicije funkcije $f(x) = \frac{1}{|x-3|} + \log_3\left(\frac{1}{x^2-2x}\right)$.
[$D_f = (-\infty, 0) \cup (2, 3) \cup (3, +\infty)$]

Zadatak 2 Zadan je kompleksan broj $z = \frac{(2+4i)(1+3i)}{1-i^{2007}} + 5i^{201}$. Odredite z^5 .
[$z^5 = (15i)^5 = 759375i$]

Zadatak 3 Izračunajte limes funkcije:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + \tan^2 x}{x \sin x}.$$

[3]

Zadatak 4 Odredite derivaciju funkcije $f(x) = x^{2x^3} + 2x^3$ u točki $x = 2$.
[$f'(2) = 1614538.247$]

Zadatak 5 Odredite ekstreme i intervale rasta i pada funkcije $f(x) = (x-3)\sqrt{x}$.
[$x_0 = 1$ lokalni minimum, f pada na $[0, 1)$, a raste na $(1, +\infty)$]