

Pismeni dio ispita iz Matematike I
Akademska godina 2007./2008.

- I.** Za kompleksan broj $z \in \mathbb{C}$ definirajte njegov realan dio, imaginaran dio, kompleksno-konjugiran broj i modul. Izkažite Moivreov teorem!
- II.** a) Definirajte niz realnih brojeva.
b) Definirajte aritmetički i niz. Napišite formulu za zbroj prvih n članova aritmetičkog niza a_n .
c) Što je to gomilište?
- III.** a) Kada kažemo da je funkcija $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna u točki $x_0 \in (a, b)$?
b) Što je to točka infleksije?
- IV.** Kada je je funkcija $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ diferencijabilna u točki $x_0 \in (a, b)$.
Iskažite Lagrangeov teorem! Koje je njegovo geometrijsko značenje?.
- V.** Zadana je dva puta neprekidno derivabilna funkcija $f : [a; b] \in \mathbb{R}$.
Koji su nuzni, a koji dovoljni uvjeti da funkcija f u točki $x_0 \in (a; b)$ ima lokalni ekstrem?

Zadatak 1 Jednadžbu $z^2 - 2iz - 1 = 8i$ riješite u skupu $\mathbb{C}$ i odredite rješenja u Gaussovoj ravnini.
[$z_1 = 2 + 3i, z_2 = -2 - i$]

Zadatak 2 Izračunajte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\sqrt[3]{n}}{\sqrt[3]{n} + \sqrt[3]{n} + \sqrt{n}} + \left(\frac{n-2}{n+1} \right)^{-n} \right].$$

[$1 + e^3$]

Zadatak 3 Nađite intervale neprekidnosti funkcije f definirane s

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log_2 x}{x-6}, & x \geq 4 \\ \frac{8}{x} - 3, & -4 \leq x < 4 \\ \frac{-4}{5}x - \frac{21}{5}, & x < -4 \end{cases}$$

Odredite točke infleksije i nacrtajte njezin graf!

[$(-\infty, -4), (-4, 0), (0, 6), (6, +\infty);$]

Zadatak 4 Odredite derivaciju funkcija:

a) $f(x) = \cos(2 \cdot \ln x) + \ln(2 \cdot \cos x) - \frac{\cos x}{\ln x}.$

b) $f(x) = (\sin 2x)^x + e^{\arctg(\frac{4x}{2x-1})}$

Zadatak 5 Ispitajte tok i skicirajte graf funkcije $f(x) = \frac{3x}{\sqrt[3]{-9+x^2}}.$