

Pismeni dio ispita iz Matematike I
Ak. god. 2006./2007.

1. a) Neka je $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ realna funkcija realne varijable. Kada kažemo da je funkcija parna, a kada neparna?
b) Je li funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definirana s $f(x) = x^2 - 1$ parna? Nacrtajte njen graf.
2. Napišite formulu za dijeljenje dva kompleksan broja z_1 i z_2 ako su zadani njihovi argumenti φ_1 i φ_2 te moduli r_1 i r_2 .
3. a) Definirajte gomilište niza realnih brojeva $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
b) Ima li niz realnih brojeva zadan s općim članom $a_n = \sqrt{n}$ gomilište? Obrazložite odgovor.
c) Koliko gomilišta ima konvergentan niz realnih brojeva?
4. Zadana je derivabilna funkcija $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ i $x_0 \in (a, b)$ realan broj. Napišite jednadžbu normale na graf funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$.
5. Neka je funkcija $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna na $[a, b]$ i derivabilna na (a, b) .
Iskažite Rolleov teorem.

Zadatak 1 Odredite prirodno područje definicije funkcije $f(x) = \frac{x^4 - x - \sqrt{x^4 - x}}{x^2 + 3x - 10} - \frac{1}{\ln x}$.

Rj: $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x \in (0, +\infty) \setminus \{1, 2\}\}$

Zadatak 2 Skicirajte dio Gaussove ravnine za koji vrijedi

$$|z + 2| < |z + 3|.$$

Rj: $x > \frac{-5}{2}$

Zadatak 3 Bez primjene L'Hopitalovog pravila izračunajte limes funkcije

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin(x^2) - \sin \frac{x}{2}}{\pi \operatorname{tg} x}.$$

Rj: $\frac{-1}{2\pi}$

Zadatak 4 Nađite sve derivacije funkcije

$$f(x) = \frac{x^5 - x^3 + x^2 - 2x - 2}{x^2 - 2}.$$

UPUTA: Funkciju najprije pojednostavnite.

Rj: $f(x) = x^3 + x + 1$

Zadatak 5 Odredite jednadžbu normale na graf funkcije $f : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$ definirane s
 $f(x) = \sin x + 2x - 1$ u točki njenog presjeka sa pravcem $y = 2x - 1$.

Rj: $y = \frac{-1}{3}x - 1$