

Pismeni dio ispita iz Matematike I
Akademska godina 2007./2008.

- I.** Za kompleksan broj $z \in \mathbb{C}$ definirajte njegov realan dio, imaginaran dio, kompleksno-konjugiran broj te modul broja. Kako se definira imaginarna jedinica i ?
- II.** a) Definirajte racionalnu funkciju. Koja je razlika između prave i neprave racionalne funkcije?
b) Definirajte parcijalni razlomak.
c) Nadopunite tvrdnju:
Svaku _____ racionalnu funkciju moguće je na _____ način prikazati kao zbroj parcijalnih razlomaka.
- III.** Zadana je funkcija $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Kada kažemo da je f neprekidna u točki $x_0 \in [a, b]$, a kada da je neprekidna na segmentu $[a, b]$?
- IV.** Neka je funkcija $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ diferencijabilna u točki $x_0 \in (a, b)$. Napišite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije f u točki x_0 .
- V.** Zadana je dva puta neprekidno derivabilna funkcija $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Koji su nužni, a koji dovoljni uvjeti da funkcija f u točki $x_0 \in (a, b)$ ima lokalni ekstrem?

Zadatak 1 U Gaussovoj ravnini skicirajte skup točaka

$$S = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} \left(\frac{z-2}{z+2} \right) \leq 0 \text{ i } |z| \geq 1\}.$$

. [Kružni vijenac sa središtem u ishodištu radijusa $r = 1$ i $R = 2$, bez točke $(-2, 0)$]

Zadatak 2 Racionalnu funkciju $f(x) = \frac{x^5 - 8x^4 + 26x^3 - 56x^2 + 76x - 34}{x^3 - 7x^2 + 14x - 8}$ rastavite na parcijalne razlomke.

. $[f(x) = x^2 - x + 5 + \frac{3}{x-1} + \frac{-7}{x-2} + \frac{5}{x-4}]$

Zadatak 3 Ispitajte neprekidnost funkcije f definirane s

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{ch} x}{2x}, & x \leq 0 \\ 4^{\frac{x^2-5}{\sin x}}, & 0 < x \leq 1 \\ \frac{3x^3 - 8x^2 + 11x - 6}{x^2 - 1}, & x > 1 \end{cases}$$

u točkama 0 i 1.

. [f je neprekidna u 0, a nije neprekidna u 1]

Zadatak 4 Odredite jednadžbe tangente i normale na graf funkcije $f(x) = e^{\arctg(\frac{2x}{x-1})} + (\cos x)^x$ u točki $x_0 = 0$.

. $[y_t = -2x + 2; y_n = \frac{1}{2}x + 2]$

Zadatak 5 *Ispitajte tok i skicirajte graf funkcije $f(x) = \frac{5x}{\sqrt[3]{2x^2 - 4}}$.*

D. Francišković, M. Miloloža