

Pismeni dio ispita iz Matematike I
Akademska godina 2007./2008.

- I.** Za kompleksan broj $z \in \mathbb{C}$ definirajte njegov realan dio, imaginaran dio, kompleksno-konjugiran broj te modul broja. Kako se definira imaginarna jedinica i ?
- II.** a) Definirajte racionalnu funkciju. Koja je razlika između prave i neprave racionalne funkcije?
b) Definirajte parcijalni razlomak.
c) Nadopunite tvrdnju:
Svaku _____ racionalnu funkciju moguće je na _____ način prikazati kao zbroj parcijalnih razlomaka.
- III.** Zadana je funkcija $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ i $x_0 \in [a, b]$. Kada kažemo da je limes funkcije f u točki x_0 jednak L ?
- IV.** Zadana je dva puta neprekidno derivabilna funkcija $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$. Koji su nužni, a koji dovoljni uvjeti da funkcija f u točki $x_0 \in (a, b)$ ima lokalni ekstrem?
- V.** Zadana je dva puta neprekidno derivabilna funkcija $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$. Koji su nužni i dovoljni uvjeti da je funkcija f konveksna, odnosno konkavna na (a, b) ?

Zadatak 1 U Gaussovoj ravnini skicirajte skup točaka

$$S = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} \left(\frac{z+3}{z-3} \right) \geq 0 \text{ i } |z| < 4\}.$$

Zadatak 2 Racionalnu funkciju $f(x) = \frac{3x^2+34x-33}{x^3+x^2-16x+20}$ rastavite na parcijalne razlomke.

Zadatak 3 Izračunajte $\lim_{x \rightarrow 1} (\ln x)^{x-1}$.

Zadatak 4 Zadan je trokut ABC, kojemu je jedna stranica duljine a , a visina na tu stranicu duljine h . Trokutu ABC upišite pravokutnik najveće površine, pod uvjetom da jedna stranica pravokutnika leži na stranici a trokuta ABC. Koliko iznosi tražena površina pravokutnika?

Zadatak 5 Odredite točke infleksije i intervale konkavnosti i konveksnosti funkcije $f(x) = \frac{x}{1+2\ln x}$.

Sve svoje tvrdnje obrazložite. Dopuštena je upotreba samo tablice derivacija elementarnih funkcija i kalkulatora. Rezultati: do ponedjeljka, 31.3.2008.

D. Francisković, M. Miloloža