

Pismeni dio ispita iz Matematike I
Akademska godina 2007./2008.

- I.** Za kompleksan broj $z \in \mathbb{C}$ definirajte njegov realan dio, imaginaran dio, kompleksno-konjugiran broj i modul. Izkažite Moivreov teorem!
- II.** a) Definirajte niz realnih brojeva.
b) Definirajte aritmetički i niz. Napišite formulu za zbroj prvih n članova aritmetičkog niza a_n .
c) Što je to gomilište?
- III.** a) Kada kažemo da je funkcija $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna u točki $x_0 \in (a, b)$?
b) Što je to točka infleksije?
- IV.** Kada je je funkcija $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ diferencijabilna u točki $x_0 \in (a, b)$.
Iskažite Lagrangeov teorem! Koje je njegovo geometrijsko značenje?.
- V.** Zadana je dva puta neprekidno derivabilna funkcija $f : [a; b] \in \mathbb{R}$.
Koji su nuzni, a koji dovoljni uvjeti da funkcija f u točki $x_0 \in (a; b)$ ima lokalni ekstrem?

Zadatak 1 Racionalnu funkciju $f(x) = \frac{x^3+4x^2-7x-6}{x^3+2x^2-5x-6}$ rastavite na parcijalne razlomke.

Zadatak 2 Izračunajte sljedeće limese nizova

a) $a_n = \frac{\sqrt{n+5}-\sqrt[3]{5n^9+3}}{\sqrt[4]{2+n^4}+\sqrt{n^6-n}}$, b) $b_n = \left(\frac{n+4}{2n-6}\right)^{n+2}$.

Zadatak 3 Nađite intervale neprekidnosti, rasta i pada funkcije f definirane s

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x} - 2, & -3 \leq x \\ \frac{5}{x-2} + x, & x < -3 \end{cases}$$

Zadatak 4 Zbroj dvostrukog broja x i peterostrukog broja y jednak je 1. Koliki trebaju biti brojevi x i y da bi suma njihovih kvadrata bila minimalna?

Zadatak 5 Primjenom Hornerove sheme izračunajte vrijednost polinoma $P_4(x) = 24x^4 - 26x^3 - 16x^2 + 14x + 4$ za $x = \frac{-1}{4}, 1, 2$.

Pismeni dio ispita iz Matematike I
Akademska godina 2007./2008.

- I.** a) Neka je $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ realna funkcija realne varijable. Kada kažemo da je funkcija f periodična?
b) Koliki je temeljni period funkcije $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definirane s $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{2}$?
- II.** Zadan je kompleksan broj $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$. Napišite formulu za računanje z^n .
- III.** a) Definirajte niz realnih brojeva.
b) Za koji niz kažemo da je monotono rastući?
c) Nadopunite tvrdnju:
Svaki konvergentan niz realnih brojeva je _____ .
- IV.** Zadata je derivabilna funkcija $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$. Napisati formulu kojom se definira derivacija funkcije f u točki $x_0 \in (a, b)$.
- V.** Neka funkcija $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ u točki $x_0 \in (a, b)$ ima lokalni ekstrem. Iskažite Fermatov teorem.

Zadatak 1 *Odredite domenu funkcije*

$$f(x) = \frac{1}{\operatorname{tg}(2x)} - \frac{\sqrt[4]{x^3 - 1}}{|x^2 - 7x|}.$$

Zadatak 2 *Zadan je kompleksan broj*

$$z = \frac{(2 + 4i)(1 + 3i)}{i + i^{2008}} + 5i^{201}.$$

Odredite z^5 .

Zadatak 3 *Izračunajte limes funkcije:*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{x \sin x}.$$

Zadatak 4 *Nađite opći član a_n niza: 11, 14, 15, 14, 11, 6, \dots* Da li je ovaj niz konvergentan? Ako je, odredite njegov limes.

Zadatak 5 *Odredite jednadžbe tangente i normale na graf funkcije $y = 2^{3-x^2}$ u sjecištima s pravcem $y = 1$.*