

Pismeni dio ispita iz Matematike I
Akademska godina 2007./2008.

- I.** Za kompleksan broj $z \in \mathbb{C}$ definirajte njegov realan dio, imaginaran dio, kompleksno-konjugiran broj i modul. Izkažite Moivreov teorem!
- II.** a) Definirajte niz realnih brojeva.
b) Definirajte aritmetički i niz. Napišite formulu za zbroj prvih n članova aritmetičkog niza a_n .
c) Što je to gomilište?
- III.** a) Kada kažemo da je funkcija $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna u točki $x_0 \in (a, b)$?
b) Što je to točka infleksije?
- IV.** Zadana je derivabilna funkcija $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$. Napisati formulu kojom se definira derivacija funkcije f u točki $x_0 \in (a, b)$.
- V.** Neka funkcija $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ u točki $x_0 \in (a, b)$ ima lokalni ekstrem. Iskažite Fermatov teorem.

Zadatak 1 Racionalnu funkciju $f(x) = \frac{x^3+4x^2-7x-6}{x^3+2x^2-5x-6}$ rastavite na parcijalne razlomke.

Zadatak 2 Izračunajte sljedeće limese nizova

a) $a_n = \frac{\sqrt{n+5} - \sqrt[3]{8n^9+3n}}{\sqrt[3]{2n+n^4} + \sqrt{n^6-n^2}}$, b) $b_n = \left(\frac{3n+4}{2n-6}\right)^{n+2}$.

Zadatak 3 Nađite intervale neprekidnosti, rasta i pada funkcije f definirane s

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x} - 2, & -3 \leq x \\ \frac{5}{x-2} + x, & x < -3 \end{cases}$$

Zadatak 4 Nađite opći član a_n niza: 11, 14, 15, 14, 11, 6, ... Da li je ovaj niz konvergentan? Ako je, odredite njegov limes.

Zadatak 5 Odredite jednadžbe tangente i normale na graf funkcije $y = 2^{4-x^2}$ u sjecištima s pravcem $y = 2$.