

Pismeni ispit iz Numeričke matematike

Zadatak 1. [20 bodova]

(a) *S kojom točnošću moramo znati vrijednosti nezavisnih varijabli*

$$x^* = 3.4812, \quad y^* = -15.0162, \quad z^* = -15.2003,$$

da apsolutna pogreška funkcije $f(x, y, z) = \ln \frac{(x-y)^2}{y-z}$ ne premaši $\Delta f^* = 0.005$?

(b) *Što smo morali pretpostaviti da bismo mogli izračunati tražene točnosti?*

(c) *Za koliko znamenki u varijabli y možemo reći da je signifikantno?*

Zadatak 2. [20 bodova] *Napišite sve uvjete potrebne za pronalaženje kubičnog interpolacijskog splinea koji prolazi točkama*

$$T_0 = (-2, -3), \quad T_1 = (0, 2), \quad T_2 = (1, -1), \quad T_3 = (4, 9).$$

Zadatak 3. [20 bodova] *Pokažite da matrice L i U čine LU dekompoziciju matrice A . Koristeći taj rastav, riješite sustav $Ax = b$.*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 7/5 & 1 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & -5 & 7 \\ 0 & 0 & -14/5 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Zadatak 4. [20 bodova]

(a) *Jesu li funkcije $\varphi_1(x) = x^2 - 1$, $\varphi_2(x) = x - 1$ i $\varphi_3(x) = x + 1$ međusobno ortogonalne na intervalu $[0, 2]$?*

(b) *Pronađite najbolju L_2 aproksimaciju funkcije $f(x) = 1 - |x - 1|$ na intervalu $[0, 2]$ na potprostoru određenom baznim funkcijama $\varphi_1(x)$ i $\varphi_3(x)$.*

Zadatak 5. [20 bodova]

(a) *Na koliko dijelova treba podijeliti interval $[2, 4]$, tako da primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala $\int_2^4 \frac{(2x-2)^5 + (1-x)^5}{4x-4} dx$ s točnošću $\epsilon = 0.05$?*

(b) *Primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala $\int_2^4 \frac{(2x-2)^5 + (1-x)^5}{4x-4} dx$ s točnošću $\epsilon = 0.05$ i usporedite je s pravom vrijednosti integrala.*