

1. kontrolna zadaća iz Numeričke matematike

Ak. god. 2008./2009.

Zadatak 1 [20 bodova] Što znači kada kažemo da je prvih n znamenki približnog broja a^* signifikantno? Odredite broj signifikantnih znamenki i sukladno tome zaokružite broj

$$a = 0.0125387 \pm 0.0005$$

. $[n = 2 \quad a^* = 0.012]$

Zadatak 2 [20 bodova] Ako su poznate približne vrijednosti nezavisnih varijabli

$$x = 1.23 \pm 0.005, \quad y = 5.17 \pm 0.005,$$

odredite apsolutnu i relativnu pogrešku u % funkcije $f(x, y) = \frac{2x^2}{y}$ te sukladno tome odredite približnu vrijednost funkcije.

. $[f^* \approx 0.59, \quad \Delta f \approx 0.005, \quad \delta f \approx 1\%]$

Zadatak 3 [20 bodova] Napišite interpolacijski polinom koji u čvoru x_2 ima vrijednost 2, a u čvorovima x_0, x_1, x_3, x_4 se poništava.

. $[2 \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)}]$

Zadatak 4 [20 bodova] Odredite interpolacijski polinom čiji graf prolazi točkama

$$T_0(-1, 5), \quad T_1(1, 3), \quad T_2(2, -10), \quad T_3(4, -120).$$

Napišite formulu za ocjenu pogreške ovog interpolacijskog polinoma u točki $x \in [-1, 4]$.

. $[P_3(x) = -2x^3 + x + 4, \quad |f(x) - P_3(x)| \leq \frac{M_4}{4!} |(x+1)(x-1)(x-2)(x-4)|]$

Zadatak 5 [20 bodova] Ako su y_0, y_1, y_2, y_3 poznate vrijednosti funkcije f u čvorovima $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 4$, njezin linearni interpolacijski spline može se zapisati u obliku

$$L(x) = y_0 C_0(x) + y_1 C_1(x) + y_2 C_2(x) + y_3 C_3(x),$$

gdje su C_0, C_1, C_2, C_3 odgovarajuće hat funkcije. Napišite izraze za hat funkcije C_0 i C_2 .

. $[C_1(x) =, \quad C_3(x) =]$

Zadatak 6 [20 bodova] Za funkciju čije su vrijednosti poznate na diskretnom skupu točaka

x_i	0	1	3	5
y_i	6	10	8	8

napišite sustav uvjeta na osnovi kojih je moguće odrediti prirodni kubični interpolacijski spline.

. $[]$

1. kontrolna zadaća iz Numeričke matematike

Ak. god. 2008./2009.

Zadatak 1 [20 bodova] Što znači kada kažemo da je prvih n znamenki približnog broja a^* signifikantno? Odredite broj signifikantnih znamenki i sukladno tome zaokružite broj

$$a = 23.15832 \pm 0.005$$

. $[n = 4 \quad a^* = 23.16]$

Zadatak 2 [20 bodova] S kojom točnošću moramo znati vrijednosti nezavisnih varijabli

$$x^* = 1.23159, \quad y^* = 5.170832,$$

da apsolutna pogreška funkcije $f(x, y) = \frac{2y}{x^2}$ ne premaši $\Delta f^* = 0.005$?

. $[\Delta x^* \approx 0.0002, \quad \Delta y^* \approx 0.002]$

Zadatak 3 [20 bodova] Napišite interpolacijski polinom koji u čvoru x_1 ima vrijednost (-2) , a u čvorovima x_0, x_2, x_3, x_4 se poništava.

. $[-2 \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)}]$

Zadatak 4 [20 bodova] Odredite interpolacijski polinom čiji graf prolazi točkama

$$T_0(-2, 17), \quad T_1(-1, 7), \quad T_2(2, 1), \quad T_3(4, -43).$$

Napišite formulu za ocjenu pogreške ovog interpolacijskog polinoma u točki $x \in [-2, 4]$.

. $[P_3(x) = -x^3 + x^2 + 5, \quad |f(x) - P_3(x)| \leq \frac{M_4}{4!} |(x+2)(x+1)(x-2)(x-4)|]$

Zadatak 5 [20 bodova] Ako su y_0, y_1, y_2, y_3 poznate vrijednosti funkcije f u čvorovima $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 4$, njezin linearni interpolacijski spline može se zapisati u obliku

$$L(x) = y_0 C_0(x) + y_1 C_1(x) + y_2 C_2(x) + y_3 C_3(x),$$

gdje su C_0, C_1, C_2, C_3 odgovarajuće hat funkcije. Napišite izraze za hat funkcije C_0 i C_2 .

. $[C_0(x) =, \quad C_2(x) =]$

Zadatak 6 [20 bodova] Za funkciju čije su vrijednosti poznate na diskretnom skupu točaka

x_i	-2	0	2	4
y_i	0	1	10	2

napišite sustav uvjeta na osnovi kojih je moguće odrediti prirodni kubični interpolacijski spline.

. $[]$