

MATEMATIČKA ANALIZA III

1. Riješite diferencijalnu jednadžbu

$$y'' + y = \sin 3x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Sve integrale osim onih koji su navedeni u osnovnim tablicama treba riješiti ručno.

2. Neka su $x = 1 \pm 0.001$, $y = 2 \pm 0.002$ i $z = 3 \pm 0.003$. Procijenite pogrešku koja nastaje prilikom izračunavanja vrijednosti funkcije

$$\psi(x, y, z) = x^x + (x + y^y) \ln xz$$

u točki $(1, 2, 3)$.

3. Riješite sustav diferencijalnih jednadžbi

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= x(t) - 3y(t) \\ \dot{y}(t) &= -x(t) + 3y(t)\end{aligned}$$

uz početne uvjete $x(0) = 0$, $y(0) = 1$.

4. Zadani su podaci (t_i, y_i) , $i = 1, \dots, m$. Točku $(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m t_i, \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_i)$ zovemo centroid podataka. Dokažite da pravac koji u smislu najmanjih kvadrata najbolje aproksimira zadane podatke prolazi centroidom podataka.
5. Zadana je funkcija $f(x) = x^3 + 7x^2 - 1$. U skladu s teoremom o konvergenciji Newtonove metode tangente odredite interval I u kome se nalazi nultočka funkcije i u kome su ispunjeni svi uvjeti spomenutog teorema. U skladu sa spomenutim teoremom odredite početnu aproksimaciju $x_0 \in I$ i izračunajte prve dvije x_1, x_2 aproksimacije tražene nultočke ξ . Prema formuli

$$|\xi - x_n| \leq \frac{|f(x_n)|}{m_1}, \quad m_1 = \min_{x \in I} |f'(x)|$$

ocijenite apsolutnu pogrešku druge x_2 aproksimacije. Na koliko decimala je točna druga x_2 aproksimacija ?