

MATEMATIČKA ANALIZA III

1. Riješite diferencijalnu jednadžbu

$$y'' + 9y' + 6y = (x + 1)e^{2x}.$$

2. Zadana je matrica

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 13 & 22 \\ 5 & 22 & 45 \end{bmatrix}.$$

Koji uvjet mora zadovoljavati matrica  $\mathbf{A}$  da bi se mogla napraviti Cholesky dekompozicija. Ako je taj uvjet zadovoljen odredite Cholesky dekompoziciju matrice  $\mathbf{A}$ .

3. Neka su  $x = 1 \pm 0.01$ ,  $y = 2 \pm 0.02$  i  $z = 3 \pm 0.03$ . Procijenite pogrešku koja nastaje prilikom izračunavanja vrijednosti funkcije  $\psi(x, y, z) = x^{2x} + y^y + z^z$  u točki  $(1, 2, 3)$ .
4. Neka je  $\mathbf{A}$  matrica iz 2.zadatka te neka je  $\mathbf{x} = [1, 2, 3]^T$ . Odredite  $\|\mathbf{Ax}\|_1$ ,  $\|\mathbf{Ax}\|_2$  i  $\|\mathbf{Ax}\|_\infty$ .
5. Neka je  $\mathbf{H}$  Householderova matrica s Householdervim vektorom  $\mathbf{u}$ . Dokažite da vrijede sljedeće tri tvrdnje:
- a) ako je  $\mathbf{s}$ , vektor okomit na vektor  $\mathbf{u}$ , tada je  $\mathbf{Hs} = \mathbf{s}$ ,
  - b) ako je  $\mathbf{z}$ , vektor paralelan s vektorom  $\mathbf{u}$ , tada je  $\mathbf{Hz} = -\mathbf{z}$ ,
  - c) ako je  $\mathbf{x} = \mathbf{s} + \mathbf{z}$ , gdje je  $\mathbf{s}$  vektor okomit na vektor  $\mathbf{u}$ , a  $\mathbf{z}$  vektor paralelan s vektorom  $\mathbf{u}$ , tada je  $\mathbf{Hx} = \mathbf{s} - \mathbf{z}$ .
6. Metodom iteracija odredite pozitivno rješenje jednadžbe  $x = e^{\frac{x}{2}} - \frac{7}{3}$  s točnošću  $\varepsilon = 0.002$ .

**Za prolaz potrebno je riješiti tri potpuno točna zadatka. Rezultati u srijedu u 10 sati na web stranici [www.mathos.hr](http://www.mathos.hr). Vrijeme usmenog bit će objavljeno zajedno s rezultatima.**