

**Pismeni ispit iz  
Matematičke analize 3**

1. Primjenom Eulerove metode riješite diferencijalnu jednadžbu  $y' + 2y = 0$  na intervalu  $I = [0, 1]$  uz početni uvjet  $y(0) = 1$  i korak  $h = 0.25$ . U svakoj izračunatoj točki izračunajte apsolutnu pogrešku aproksimacije.

2. Zadana je matrica

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

- a) Odredite LU dekompoziciju matrice  $\mathbf{A}$ , izračunajte  $\|\mathbf{A}\|_1$  te  $\det \mathbf{U}$ ,  $\det \mathbf{L}$ .  
b) Odredite singularnu dekompoziciju matrice  $\mathbf{A}$ .
3. a) Zadan je vektor  $\mathbf{x} = [1, 2, 3, 4]^T$ . Odredite Householderovu matricu  $\mathbf{H}$  koja ima svojstvo da je posljednja komponenta vektora  $\mathbf{H}\mathbf{x}$  jednaka 0.  
b) Odredite Laplaceovu transformaciju funkcije  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  zadanu s

$$f(t) = \begin{cases} 1, & t < \frac{T}{2} \\ -1, & \frac{T}{2} \leq t < T \\ 0, & t \geq T \end{cases}$$

4. Dijeleći interval  $I = [2, 3]$  na 9 jednakih dijelova i primijenjujući generalizirano trapezno pravilo, izračunajte približnu vrijednost integrala

$$\int_2^3 (36x^2 - 10x^3 + x^4) dx.$$

Kolika je apsolutna pogreška aproksimacije? Koliki je minimalni broj jednakih podintervala na koji bi trebalo podijeliti interval  $I$  da bismo primjenom generaliziranog trapeznog pravila postigli točnost na 4 decimale?

5. Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe 2. reda.

$$2xy'y'' = (y')^2 + 1.$$