

PISMENI DIO ISPITA IZ MATEMATIČKE ANALIZE III

1. (20 bodova) Riješite sustav diferencijalnih jednadžbi

$$\begin{aligned}x'(t) + 2y'(t) &= 2 \cos t + 18 \cos 3t \\ -x'(t) + y(t) &= -2 \cos t + 9 \cos 3t + 3 \sin t \\ x(0) = 2, y(0) &= -1.\end{aligned}$$

2. (20 bodova) Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana je formulom

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ |t - 1| - 1, & 0 \leq t \leq 3, \\ 1, & t > 3. \end{cases}$$

Odredite Laplaceovu transformaciju funkcije f .

3. (20 bodova) Zadana je funkcija $f(x) = |x - \frac{1}{3}|$. Odredite Fourierov polinom četvrtog stupnja za funkciju f na intervalu $\langle -1, 1 \rangle$.
4. a) (10 bodova) Zadana je matrica $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$. Odredite $\text{cond}_1(\mathbf{A})$, $\text{cond}_2(\mathbf{A})$ i $\text{cond}_\infty(\mathbf{A})$.
- b) (10 bodova) Ako postoji odredite LU dekompoziciju matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 10 & 13 \\ 6 & 17 & 25 \end{bmatrix}.$$

5. (20 bodova) S točnošću na tri decimale produljenom Simpsonovom formulom izračunajte

$$I = \int_1^2 \left(\frac{x^6}{360} - \frac{x^5}{40} + \frac{x^4}{12} \right) dx.$$

PISMENI DIO ISPITA IZ MATEMATIČKE ANALIZE III

1. (20 bodova) Riješite sustav diferencijalnih jednadžbi

$$\begin{aligned}x'(t) + 2y'(t) &= 2 \cos t + 18 \cos 3t + \sin t \\ -x'(t) + y(t) &= -2 \cos t + 9 \cos 3t + 2 \sin t \\ x(0) = 1, y(0) &= -1.\end{aligned}$$

2. (20 bodova) Funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana je formulom

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ |t - 1| - 1, & 0 \leq t \leq 4, \\ 1, & t > 4. \end{cases}$$

Odredite Laplaceovu transformaciju funkcije f .

3. (20 bodova) Zadana je funkcija $f(x) = |x - \frac{1}{5}|$. Odredite Fourierov polinom četvrtog stupnja za funkciju f na intervalu $\langle -1, 1 \rangle$.
4. a) (10 bodova) Zadana je matrica $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$. Odredite $\text{cond}_1(\mathbf{A})$, $\text{cond}_2(\mathbf{A})$ i $\text{cond}_\infty(\mathbf{A})$.
- b) (10 bodova) Ako postoji odredite LU dekompoziciju matrice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 4 & 8 & 9 \\ 6 & 14 & 17 \end{bmatrix}.$$

5. (20 bodova) S točnošću na tri decimale produljenom Simpsonovom formulom izračunajte

$$I = \int_{-1}^1 \left(\frac{x^6}{360} - \frac{x^4}{24} \right) dx.$$