

Elektrotehnički fakultet
Sveučilište u Osijeku
30. siječnja 2006.

PISMENI DIO ISPITA IZ MATEMATIČKE ANALIZE III

1. a) (10 bodova) Odredite egzaktno rješenje Cauchyjevog problema $y' = 2x - y$, $y(0) = 1$.

Rješenje. $y = 2x + 3e^{-x} - 2$

- b) (15 bodova) Prethodni Cauchyjev problem riješite primjenom Eulerove metode s korakom $h = 0.25$.

Rješenje. Aproximacija rješenje dana je sljedećom tablicom

x	0	0.25	0.5	0.75	1
y	1	0.75	0.6875	0.7656	0.9492

2. (15 bodova) Odredite inverznu Laplaceovu transformaciju funkcije $F(p) = \frac{p^2 + 5p + 9}{(p + 3)^2 p}$.

Rješenje. $f(t) = \mathcal{L}^{-1}(F(p)) = 1 - te^{-3t}$.

3. (15 bodova) S točnošću na dvije decimale produljenom trapeznom formulom izračunajte

$$I = \int_{-0.5}^{0.5} (x^4 + x^3 - 2x^2 + x + 1) dx.$$

Rješenje. $f(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 + x + 1$, $f''(x) = 12x^2 + 6x - 4$, $M_2 = \max_{x \in [-0.5, 0.5]} |f''(x)| = 19/4$, $n = 9$.

4. (15 bodova) Newtonovom metodom s točnošću $\varepsilon = 0.005$ riješite jednadžbu

$$x + e^{\frac{x}{2}} - 1 = 0.$$

Rješenje $f(x) = x + e^{\frac{x}{2}} - 1$. Kako je $f(0)f(-1) < 0$, rješenje se nalazi u intervalu $[-1, 0]$. Za početnu aproksimaciju može se uzeti $x_0 = -1$, zbog $f(x_0)f''(x_0) > 0$. $m_1 = \min_{x \in [-1, 0]} |f'(x)| = 1.60653$, $M_2 = \max_{x \in [-1, 0]} |f''(x)| = 0.5$, $x^* = -0.53249$.

5. (10 bodova) Zadana je matrica $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$. Odredite $\text{cond}_1(\mathbf{A})$, $\text{cond}_2(\mathbf{A})$ i $\text{cond}_\infty(\mathbf{A})$.

Rješenje $\text{cond}_1(\mathbf{A}) = \text{cond}_2(\mathbf{A}) = \text{cond}_\infty(\mathbf{A}) = 2$.

6. Zadani su podaci $\frac{x}{y} \begin{array}{c|cccc} 1 & 2 & 5 & 8 & 6 \\ \hline 2 & -1 & 4 & 1 & 2 \end{array}$.

- a) (10 bodova) Odredite parametre a_1, a_2, a_3 kvadratne funkcije $f(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2$ koja u smislu najmanjih kvadrata najbolje aproksimira zadane podatke. Koristite sustav normalnih jednažbi.

Rješenje. $-0.927 + 1.497t - 0.152t^2$

- b) (10 bodova) Izračunajte $P(0)$, gdje je P interpolacijski polinom određen s tim podacima.

Rješenje. 607/63